

5
D I S S E R T A T I O

D E

L U M I N E

A U C T O R E

P. C A R O L O B E N V E N U T I
S O C I E T A T I S J E S U.

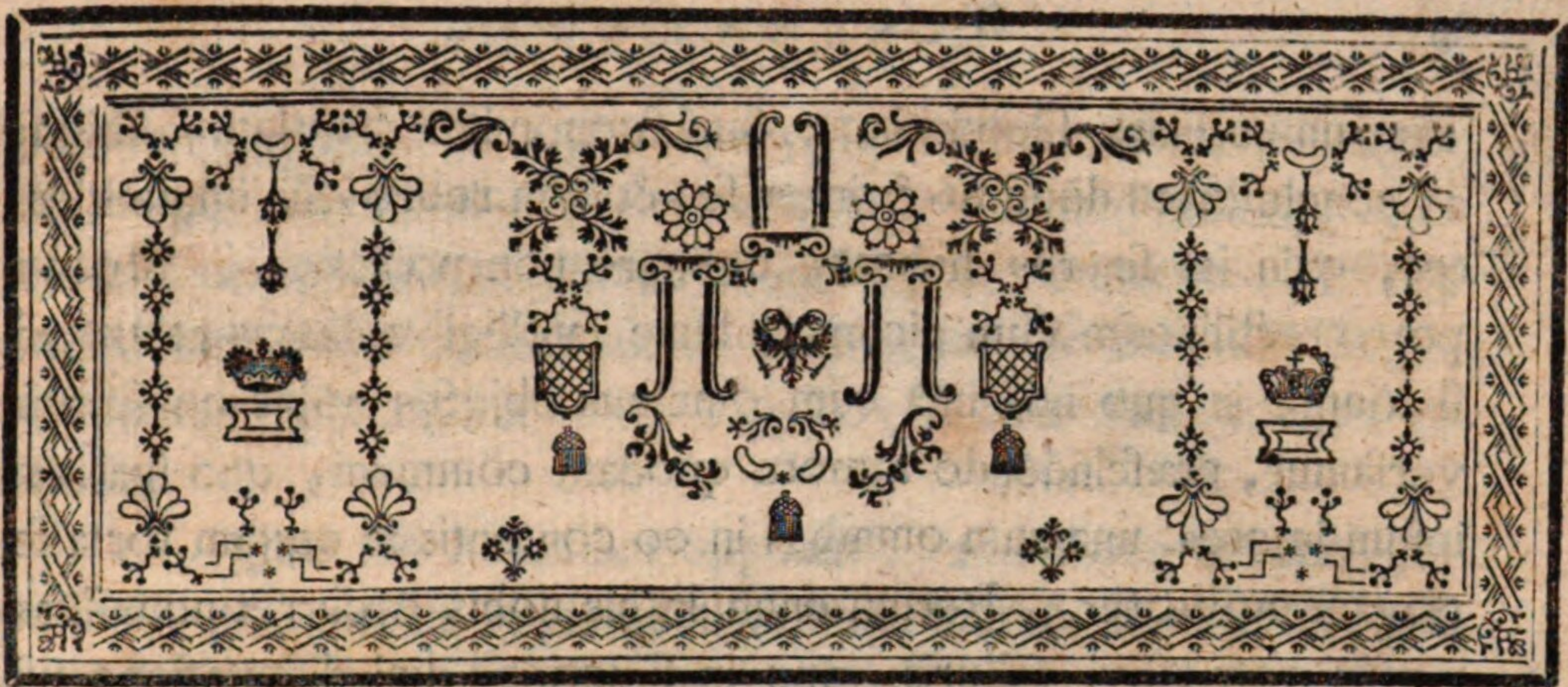
OLSSERTATIO

DE
JULIUM INE

AUCTORE

2. CAROLO BENJAMIN
SOCIETATIS JESU

P. Benoit & Fils



§ I

De Luminis Proprietatibus permanentibus.



I.

uæ in lumine deprehenduntur proprietates stables, & immanentes, eæ aut ad propagationem pertinent, aut ad reflexionem, & refractionem, quarum species quædam diffractio est, aut ad colores. De his ut differamus, antequam in ipsam luminis naturam inquiramus, ordo postulat, & recta philosophandi methodus.

2. Lumen per rectas lineas in medio uniformi progredi suadent quæcumque ea de re capere possumus experimenta, & quamvis ex his, quamdiu directa utimur argumentatione, rem certo conficere non possimus; tamen cum ea suppositio ad Opti-

cam universam, Geodæsiam, & Astronomiam translata, ubique ad conclusiones deducat & inter se, & cum rebus ipsis consentientes, quin ita se res habeat, dubitare non possumus. Motum porro rectilineum cum dicimus, hunc intelligi volumus relate ad spatium, in quo nos una cum omnibus objectis nobis conspicuis versamur, præscindendo a motu quodam communi, quo spatium ipsum interea, una cum omnibus in eo contentis in certam fortasse plagam moveatur. Iterum enim in his nobis occurret necessitas motus respectivi telluris, quo in superioris diei disputatione usus sumus, & hunc ubique intelligi volumus in sequentibus, non autem verum, & absolutum.

III. Illud in Luminis propagatione maxime notandum, quod ultra obstaculum objectum non circumquaque in orbem propagatur, ut in sono contingit, aut undis in fluido propagatis. In quo quidem sensu si accipiatur rectilinea luminis propagatio, quatenus scilicet in umbram quaquaversus non inflectitur, hæc ex phænomenis directa etiam argumentatione certo deducitur.

IV. Quod autem lumen cum aliqua temporis mora propagetur, manifesto evincunt phænomena satellitum Jovis. Constat siquidem, in intimi præsertim satellitis phasibus, cujus motus & breviores habent periodos, & facilius ad calculos revocantur, certam dari accelerationum, & retardationum vicissitudinem, quæ connexa sit cum telluris ab Jove distantia. Dum enim ab Jove cum sole conjuncto tellus recedit, retardantur perpetuo satellitis emerfiones ab umbra, & contra dum tellus post oppositionem Jovis cum sole eidem perpetuo fit propior, ejusdem immerfiones minori semper temporis distant intervallo. Cum autem acceleratio, & retardatio cum telluris distantia connexa non aliam causam habere possit, quam moram luminis a satellite ad nos propagati, qua ubique fieri debet, ut serius videri incipiat ex

umbra emergens, quo majus intervallum metiri debet lumen ab eo primum reflexum, citius videri desinat umbram subiens, quo minori intervallo ad nos defertur lumen, quod ultimo reflectit; merito hanc ipsam moram intulit Rømerus, & inde ad satellitum motus supputandos tertia æquatio Tabulis Astronomicis est adjecta.

V. Quæ his Maraldus opposuit, eos solos commovere possunt, post tantum sequentium Astronomorum consensum, qui in hoc rerum genere nonnisi nomina Auctorum valent expendere. Ejus objectionibus abunde satisfactum est in prima parte Dissertationis de Lumine, quam anno 1748 hoc ipso in loco proposuit P. Rogerius Boscovich e nostra Societate, cui quidem plurima eorum debemus, quæ in hoc libello occurrent; neque solum ea, quæ in citata Dissertatione ad illustrandam Newtoni Theoriam de Luce, & Coloribus contulit; sed alia etiam, quæ privatis sermonibus nobiscum communicavit. Unum in hac re adjiciemus, quod notatu maxime dignum sit, Maraldi objectiones ex parte niti mendosis supputationibus, quarum errores, Halleyo monente, ipse fateri non erubuit, ut ex Mairanii epistolis ad Horrebovium datis, & inter hujus opera legendis, certo constat.

VI. Sed nihil est, quod hanc veritatem evidentius confirmet, quam annua Fixarum aberratio nostris temporibus a Bradleyo detecta, & a nullo Astronomorum hodie non agnita. Si (*in Fig. 1.*) oculus immotus haerens in A lumen exciperet a stella aliqua delatum per rectam BA , is eandem aspiceret in eadem directione; judicat enim animus de objecti situ dependenter a directione ictus, quem excipit sensorium a lumine; at si oculus progrediatur interea cum aliqua velocitate AC , & excipiat in C luminis radium CD , orietur ex luminis, & oculi

velocitate motus quidam ex utroque compositus, & ita hic afficietur, ut si stans in A luminis particulam exciperet duplici motam velocitate, & ea nempe, qua ipsa progreditur, & altera illi æquali & contraria, quacum progreditur oculus. Hoc pacto oculum in C ita lumen percellet, ut si objectum D illi jaceret in directione CE , & angulum DCE , quo situs apparens objecti aberrat a vero, in eodem plano jacentem cum via luminis, & via oculi, definiet proportio, quæ intercedit inter luminis & oculi velocitatem. Erit enim ut velocitas luminis DC ad velocitatem oculi CA , ita sinus anguli DAC , quem continet oculi semita cum apparenti semita radii, ad sinum anguli ADC , five ejus æqualem DCE . Norant dudum Astronomi stellas fixas telescopiis muralibus observatas diversis anni temporibus diversam ascensionem rectam, & declinationem habere, discrimine, quod non soli præcessioni æquinoctiorum, five proprio Fixarum motui circa eclipticæ axem respondeat, sed aliam etiam contineat aberrationum periodum singulis annis redeuntem, cumque id erroribus fortuitis tribuere non possent, causam plurimi putarunt inde repetendam esse, quod stellæ fixæ ab annuo telluris motu alicui parallaxi essent obnoxia. Verum cum in eam rem diligentius per observationes esset inquisitum, apparentem Fixarum motum, qui ex illis aberrationibus habebatur, cum ejus parallaxeos legibus non congruere deprehensum est: unde ex propagatione potius luminis successiva rem sibi arcessendam esse existimavit Bradleyus, quæ utique aliquid ejusmodi & poterat, & debebat efficere, ut ostensum est; siquidem ad ejus velocitatem jam per phænomena satellitum Jovis definitam annui motus velocitas rationem habebat aliquam, quæ sensu percipi posset. Sequebatur ex ea suppositione, stellam aliquam in polo eclipticæ constitutam singulis annis circulum de-

bere circa ipsum polum apparenter describere, stellam vero in ipsa ecliptica constitutam lineam rectam, sive arcum circuli, quo modo in consequentia tantum progredieretur, modo in antecedentia; ac demum stellam quamvis extra polum, & eclipticæ planum sitam ellipsem, cujus axis conjugatus eo minor esset, quo minorem haberet finum latitudinis. Omnia accurate ex Theoria ipsa definiuntur, & in tam multiplici stellarum numero, a tot Observatoribus per ipsarum ascensiones rectas, & declinationes explorata, ita cum phænomenis congruere deprehensa sunt, ut nemo sit hodie, qui quidem & observandi methodos accuratas norit, & rerum ipsarum nexus, qui non Bradleyo consentiat. Satis erit ad rei specimen aliquod id ipsum commemorare, quod propius ad rem præsentem facit. Sicut enim data ratione velocitatum luminis, & oculi, & dato angulo, quem continet oculi semita cum semita apparenti luminis, datur angulus aberrationis DCE , ita vicissim datis his angulis definietur velocitatum ratio. Cum igitur constet ex observationibus maximam aberrationem esse $20''$, ac proinde angulum rectum assumi posse pro ipso angulo DAC , velocitatem luminis esse oportebit, si veram Bradleyus rationem inivit, ad telluris annuam velocitatem, ut radius ad finum anguli $20''$. Porro orbem annum perficit tellus diebus 365, horis 5, 49', sive minutis primis 525949, unde posita ratione peripheriæ ad radium ut 710, ad 113, semidiametrum ejusdem orbis, ea, quam habet nunc, velocitate conficeret 83707'. Fiat igitur ut radius ad finum anguli $20''$, ita 83707 ad quartum, & habebitur tempus, quo lumen spatium idem conficeret, paulo majus 8', cum idem tempus ex eclipsibus satellitum Jovis colligeretur ab aliis 7', & aliquanto etiam majus a Rœmero.

VII. Hic ipse mirificus consensus inter duo tam diverſi generis phænomena ſatis eſſe poſſet ad rem plane evincendam, niſi interdum mallent homines pro ſuis præjudiciis, utcumque poſſunt, pugnare, quam verum inquirere. Manfredius, cui a nonnullis objicitur, quod in aliquot ſtellis non omnimodam cum Theoria conſenſionem obſervaverat, in plurimis ſane deprehendit, nec magis nobis obeſſe poteſt poſt tantum Aſtronomiæ progreſſum, tantamque Aſtronomorum in ea re conſpirationem, quam ſi Kalendario Gregoriano utentibus Soſigenis auctoritas objiceretur, qui anni menſuram aliam ſub Julio Cæſare conſtituerat, præſertim cum in ſuis obſervationibus nullam habuerit rationem nutationis axis telluris, quam poſtea Bradleyus deprehendit, & cum aberratione luminis conjunxit, incredibili ſane obſervationum conſenſu. Quod ſi adhuc ſibi diſplicere dicant unius, aut alterius diſſenſum, non aliud reponemus, quam ut vel rerum ejuſmodi curam deponant, aut facultatem ſibi comparent, qua & in methodos obſervandi, qua hodie utuntur Aſtronomi, poſſint inquirere, & ſuis ipſi oculis rem poſſint explorare, cum velint. Adjiciemus tamen, quod Aſtronomis Pariſienſibus contigit, qui in Americam ad Meridiani gradum definiendum navigarunt, & quorum auctoritas nulla præjudicii ſuſpicionem laborat. Cum enim eo proſecti eſſent, uti diſcimus ex Condaminio, quin a Bradleyo traditam Theoriam ſatis haberent exploratam, nec quidquam cogitarent de corrigendo ſtellarum loco apparenti per æquationes a luminis aberratione deſumptas, hæſerunt omnino, ubi poſt omnem adhibitam in apparatu instrumentorum curam, quantitate ita notabili differre inter ſe earundem ſtellarum loca diverſis anni temporibus obſervata deprehenderunt, ut fortuitis erroribus tribui non poſſet, præſertim cum eadem differentiæ occurrerent inter obſervationes a pluribus ſeorſim peractas, & a ſingulis diverſorum

forum instrumentorum ope. At ubi æquationes prædictas adhibendas sibi esse intellexerunt, quæ maxime inter se differre videbantur loca, ea maxime congruebant.

VIII. Ceterum cum eadem colligatur ex dictis velocitas luminis ad oculum nostrum delati five a sole, five a stellis fixis, adeoque ex distantis tam immani intervallo differentibus, idem motu æquabili propagari necesse est; ex quo inferitur, & ejus densitatem a centro corporis luminosi decrescere in ratione reciproca duplicata distantiarum, & nullam eidem resistantiam opponere medium homogeneous, in quo progrediatur.

IX. Atque ita quidem se habet luminis propagatio, quamdiu in medio incedit uniformi. At ubi medium mutat, aut reflectitur, aut refringitur: radii tam reflexi, quam refracti semita jacet in eodem plano ad superficiem medii dirimentem normali, utrumque autem suas habet proprias leges. Reflexionis leges sunt, quod radius incidens, & reflexus cum plano superficiem in puncto incidentiæ contingente, & cum recta ipsi normali ex eodem punctoeducta, æquales angulos contineant, & luminis reflexi copia eo major sit, quo major fuerit, cæteris paribus, differentia densitatum, & major incidentis obliquitas. At refractionis leges sunt hæ: 1. Radius refractus accedit ad perpendicularum ductum per punctum incidentiæ, si, cæteris paribus, transitus fiat e medio rariore in densius; recedit, si e densiori transeat in rarius. Ubi cum cætera paria dicimus, (quemadmodum & in reflexione) excipimus corpora sulphureosa, quæ lumen magis reflectunt, & refringunt, quam pro densitate, quam habent. 2. Quoties radius ex uno dato medio in aliud pariter datum transit, sinus anguli incidentiæ, & sinus anguli refracti constantem servant rationem. 3. Si radius transeat ex uno medio in aliud superficiebus parallelis comprehensum, & inde redeat ad medium, ex quo

devenerat, angulus refractus, ubi ex illo emerget, idem erit cum illo, sub quo in ipsum inciderat. 4. In transitu per plura media superficiebus parallelis terminata, sinus anguli refracti in ultimo idem erit, qui fuisset, si radius immediate transiret ex primo in ultimum.

10. Has leges non ita fervat lumen, ut non aliquot ubique sint radii, qui irregulariter dispergantur in utroque casu. Sed hi admodum exiguum habent rationem ad eorum quantitatem, qui regulariter reflectuntur, aut refringuntur, & his contemptis, per leges reflexionis omnia cum successu ad Catoptricam pertinentia definiuntur; ut ex legibus Refractionis universa Dioptrica derivatur. Est tamen hæc admodum imperfecta, quamdiu refrangibilitas æqualis in omnibus radiis spectatur, ut est ab omnibus ante Newtonum Philosophis, & Geometris usurpatum. De hac radiorum refrangibilitate diversa agendum nunc est, diffractionibus omissis, quæ ad reflexionem, aut refractionem facile revocantur, & de quibus dicemus, quantum instituto nostro satis sit, ubi harum proprietatum causas indicabimus.

11. Quemvis ergo luminis radium album ex innumeris radiis componi, qui diversum habeant, suumque singuli certum, ac determinatum refrangibilitatis gradum, deprehendit potissimum Newtonus ex solis imagine radiis exhibita per tenue foramen in obscurum conclave immixtis, & per vitreum prisma refractis. Cum enim prisma radios exciperet in ea positione, in qua, si una fuisset radiorum refrangibilitas, imaginem solis aut accurate, aut quam proxime circularem in plano ad radios refractos normali delineare debuissent, spectrum obtinebat parallelis rectis lineis ex utroque latere terminatum, superne autem, & inferne in semicirculum desinens, easque fervans dimensiones, ut latitudo quidem apparenti solis diametro responderet, altitudo autem, se-

cundum quam refractione peragebatur, quintuplo fere major esset, quam latitudo. Colores quoque in eo spectro constanter intuebatur eo ordine dispositos, ut si refractione radios attolleret, omnium supremus esset violaceus, infimus rubeus, intermedii autem a violaceo numerati, indicus, cæruleus, viridis, flavus, aureus. Unde intelligebat radios ejusmodi ita colore inter se differre, uti gradu refrangibilitatis differebant.

12. Ac de coloribus quidem postmodum dicemus; nunc quod ad refractiones attinet, quamvis positio prismatis eventus causam apertissime declararet, tamen ut illis omnem tergiversationem eriperet, qui rem mallent a diversa radiorum incidentia repetere, experimentum excogitavit, quod iis quoque satisfaceret, qui rationes e prismatis positione petitas non satis possent intelligere. Cum enim (*in Fig. 2.*) lumen refractum in prisma $A B C$ circa axem mobili, ita projiceret in obscurum repagulum immobile $D E$, ut nonnisi successive alii post alios colores ad exiguum ejusdem foramen F possent pertingere; radios per hoc foramen trajectos excipiebat altero repagulo pariter immobili $H I$, ut per hujus item foramen G transmissi impingerent demum in prisma immobile $L M N$, cujus axis parallelus esset axi prismatis prioris $A B C$, & eandem cum illo haberet ad radios incidentes positionem. His autem ita constitutis manifestum est, radiorum omnium in hoc alterum prisma incidentiam in P eandem semper fuisse, utpote definitam a punctis immobilibus F , G ; at eventus erat ejusmodi, ut singula radiorum genera per alterum prisma refracta in planum $V R$, emergentibus radiis normale, singulas colore suo solis imagines quam proxime circulares projicerent, alia aliis in locis pro diversa refractione, quam singula patiebantur. Violacea nempe a radiis maxime refractis exhibita, omnium infime projiciebatur in V , supra hanc vero cærulea, viridis,

flava, rubea, eodem ordine, quo se in spectro illo colores varii exhibuerant.

XIII. Hinc intelligimus, quomodo spectrum ipsum a solis radiis fuerit efformatum. Notare autem oportet, quod quamvis septem colorum speciebus radiorum genera definiantur, in quovis tamen illorum innumeræ sunt refractionum differentiæ, quæ a maxima ad minimam progrediuntur, & contra. Si igitur ex singulis solis radiis albis, reliquis interceptis, eos tantum ad prisma deferri concipiamus, qui maximum habent refrangibilitatis gradum, hi imaginem solis violaceam in adverfo pariete rotundam delineabunt (tali nempe existente prismatis positione, quæ ad hunc effectum requiritur, & quæ in ejusmodi experimentis semper est a Newtono adhibita). At si post hos admittantur, qui gradum habent proxime minorem, hi quoque aliam violaceam efformabunt, cujus centrum a superioris centro minimum distet. Quod si ita porro progrediamur per innumeras violaceas imagines, perveniemus demum ad indicas, & per innumeras indicas ad cæruleas, & sic deinceps usque ad rubeam extremam. Hinc spectri latera utrinque sunt rectilinea, circulorum terminis ibi se tam arcte excipientibus, ut cum communibus tangentibus confundantur, in summo autem & imo semicirculari perimetro terminatur, quod imagines eædem terminos habeant distinctos.

XIV. Quod autem diversa hæc radiorum refrangibilitas stabilis sit, & ab ipsa luminis natura pendens, non autem a fortuitis modificationibus, quas ipsi inter refringendum subeant, multiplici experimentorum apparatu demonstravit Newtonus, ex quibus certum est, qui radii semel sub aliqua data ratione inter finem incidentiæ & refractionis in datis mediis refracti sunt, eosdem semper eandem rationem in iisdem mediis fervare, & qui certum aliquem refrangibilitatis gradum in uno quopiam medio

exhibuerunt, eundem exhibere in aliis quibuslibet, quomodo-
cumque refractiones multiplicentur. Idipsum mirifice confirma-
bat ex reflexione totali, quam medium rarius subeuntes, sub mi-
nori obliquitate radii magis refrangibiles assequebantur. Constat
enim ex data ratione finuum incidentiæ, & refractionis, quod
ubi radii in medium rarius incidentis tanta sit obliquitas, ut sinus
anguli refracti radio æqualis evadat, ibi refractione in reflexionem
mutari incipiat; ad hunc autem terminum citius pervenient radii,
qui sub eadem incidentia majorem habent refractionem, quam
qui minorem. Cum ergo prius incipiant in totum reflecti viola-
cei, quam indici, & hi prius quam cærulei, & ita porro, do-
nec postremi assequantur hunc terminum rubei, ipsa hæc refle-
xionum varietas diversum, ac constantem refrangibilitatis gradum
liquido ostendit.

XV. Unum supererat, ut harum diversitatum proportio
aliqua colligeretur; in hoc autem miram quamdam inter luminis
radios, & soni tonos analogiam Newtonus detexit. Sit in Fig. 3.
 $P T$ spectrum coloratum radiis ex vitro in aerem emergentibus
exhibitum, cujus latera rectilinea $A F$, $G M$; & existente in μ
 $P \lambda$ colore violaceo, rectæ $\mu \lambda$, $\kappa \iota$, $\theta \eta$, &c. iisdem lateribus
normales designent limites colorum violacei, & indici, indici &
cærulei, cærulei & viridis, & sic deinceps. Et quoniam $G M$
subtendit angulum, quo differunt inter se anguli refracti extremo-
rum radiorum rubei & violacei luminis, hæc autem differentia
exiguam habet ad totas refractiones rationem (sunt enim sub
communi incidentiæ sinu 50, sinus refractionum in maxime & mi-
nime refrangibilibus ut 77 & 78) haberi poterit ipsa $G M$ pro
differentia finuum extremorum refractionis, & $M \alpha$, $M \gamma$, $M \epsilon$
&c. pro differentiis, quibus excedunt sinum minimæ refractionis
sinus earumdem in confiniis colorum prædictis. Has porro dif-

ferentias tales invenit, ut, si produci intelligatur GM in X , donec fiat $GM = MX$, & tota GX chordam musicam repræsentet, qua ratione ipsam dividere oportet in λ , ι , π &c., ut longitudo GX , λX , ιX &c. octo voces musicas reddant in octava progrediente per tertiam minorem & sextam majorem, in eadem quoque ratione dividatur a colorum confiniis diversimode refractis. Sunt nempe eæ longitudo in paulo antiquiori systemate musico, quo Newtonus est usus, $1, \frac{8}{9}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{2}{16}, \frac{1}{2}$; ac proinde si differentia minimæ MX a maxima GX dicatur 1 , erunt excessus Ma , $M\gamma$, $M\epsilon$, &c. earumdem ex ordine longitudinum supra minimam $\frac{1}{8}, \frac{1}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{7}{9}, 1$. Iidem ergo erant excessus finuum refractionis ex vitro in aerem in colorum confiniis ab extremo rubeo ad extremum violaceum, cum esset tota differentia $GM = 1$: & posito sinu incidentiæ = 50 , & sinu refractionis in extremis rubeis = 77 , erant sinus earundem in confiniis colorum reliquis $77\frac{1}{8}, 77\frac{1}{5}, 77\frac{1}{3}, 77\frac{1}{2}, 77\frac{2}{3}, 77\frac{7}{9}, 78$. Itaque sinus incidentiæ ad sinum refractionis in radiis rubeis neque majorem habuit rationem, quam 50 ad 77 , neque minorem, quam 50 ad $77\frac{1}{8}$, habuit tamen omnes intermedias. Similiter sinus incidentiæ ad sinum refractionis in aureis nec majorem habuit rationem, quam 50 ad $77\frac{1}{8}$, nec minorem, quam 50 ad $77\frac{1}{5}$; & sic deinceps: progredientibus scilicet finibus refractionum in rubeis a 77 ad $77\frac{1}{8}$, in aureis a $77\frac{1}{8}$ ad $77\frac{1}{5}$, in flavis a $77\frac{1}{5}$ ad $77\frac{1}{3}$, in viridibus a $77\frac{1}{3}$ ad $77\frac{1}{2}$, atque ita porro.

16. Datis autem refractionibus ex vitro in aerem sub communi incidentiæ sinu, dantur & ex aere in vitrum, quæ sunt illarum reciprocae. Etenim si sinus incidentiæ radii violacei extremi ex vitro in aerem dicatur I , & sinus refractionis P , erit ejusdem radii retro acti ex aere in vitrum sinus incidentiæ P , &

sinus refractionis I ; unde quomodocumque violaceus incidat ex aere in vitrum, erit sinus incidentiæ ad sinum refractionis ut P ad I , five ut $\frac{I}{I}$ ad $\frac{I}{P}$. Simili argumento, si fuerit sinus incidentiæ ex vitro in aerem in extremis rubeis ut I ad R , erit vicissim sinus incidentiæ eorundem ad sinum refractionis ex aere in vitrum ut $\frac{I}{I}$ ad $\frac{I}{R}$: unde, cum esset in casu nostro $I = 50$, $P = 78$, $R = 77$, ad exprimendam rationem sinuum refractionum earundem ex aere in vitrum ad sinum incidentiæ communis, oportebit numeros assumere, qui sint ut $\frac{1}{50}$, $\frac{1}{78}$, $\frac{1}{77}$, & tales erunt (si retinere quis cupiat 77 & 78) $\frac{78 \times 77}{50}$ (five 120), 77, 78. Notandum tamen est, quod ad habendas refractionum differentias in colorum confiniis, cum in hoc casu minimus sit refractionis sinus in radiis violaceis, maximus in rubeis, ordine retrogrado procedendum est, & exprimente $G M$ unitatem, minimo sinui adjicienda sunt ex ordine segmenta $G \lambda$, $G \iota$, $G \text{II}$ &c., quæ sunt complementa linearum λX , ιX , $\text{II} X$ ad binarium, duplicatis in casu nostro fractionum numeratoribus ob $G M = 1$. Unde posito sinu incidentiæ communis = 130, erunt sinus refractionis in colorum confiniis, incipiendo a violaceo, 77, $77 \frac{2}{9}$, $77 \frac{1}{3}$, $77 \frac{1}{2}$, $77 \frac{2}{3}$, $77 \frac{4}{5}$, $77 \frac{7}{8}$, 78.

17. Demum, cum refractiones radiorum heterogeneorum sub incidentia communi constantem habeant ad invicem rationem, si detur ratio sinus incidentiæ ad sinum refractionis in rubeo, vel violaceo extremo pro medio quolibet, facile invenientur reliquorum sinus, capiendo pro incidentiæ sinu numerum, qui habeat ad 77, vel 78, eam rationem, quam in datis mediis eosdem sinus habere deprehensum sit. Sic si ex aqua in aerem sinus incidentiæ ad sinum refractionis in rubeis extremis sit ut 3

ad 4, fiat ut 4 ad 3 ita 77 ad 57, 75, & tunc existente sinu incidentiæ communis 57, 75, erunt sinus refractionum $77, 77 \frac{1}{8}$ &c. Immo cum differentiæ quoque quantitatum proportionalium sint inter se proportionales; subducto communi sinu incidentiæ, sumi poterunt excessus sinuum refractionum $27, 27 \frac{1}{8}$ &c. & ex differentia numerorum, in quibus datur ratio sinuum incidentiæ, & refractionis cujuscvis radii in datis mediis ad numerum relata sinum priorem exprimentem, invenire licebit ejusdem expressionem in numero, cui respondeat pro excessu sinus refractionis in dato radio aliqua ex differentiis prædictis; sic in exemplo allato cum excessus sinus refractionis ex aqua in aerem supra sinum incidentiæ in rubeo extremo sit 1, & posterioris sinum exprimat 3, fiat ut 1 ad 3 ita 27 ad 81, eritque sinus incidentiæ ad excessus sinuum refractionis ex aqua in aerem, ut 81 ad 27, $27 \frac{1}{8}, 27 \frac{1}{5}$ &c, & additis his excessibus communi sinui incidentiæ 81, erit idem sinus ad sinus refractionum ex aqua in aerem in colorum confiniis ut 81 ad 108, $108 \frac{1}{8}, 108 \frac{1}{5}$ &c. ratio autem 81 ad 108 eadem est, ac ratio 57, 75 ad 77, quam supra invenimus.

XVIII. Hæc de refractionibus, quæ regulariter peragantur: sunt præterea refractiones quædam peculiares corporibus certi generis, ut illa quæ in crystallo islandica deprehenditur, cujus miras proprietates luculenter descripsit Newtonus in quæstionibus ad Opticæ calcem adjectis. Sed ad ea festinantibus, quæ sunt ab ipso obscurius exposita, aliquid de coloribus dicendum. Quemadmodum ergo singuli radii suum habent certum ac determinatum refrangibilitatis gradum, ita & suum habent colorem, qui a nullis novis modificationibus pendeat, quas inter refringendum, aut reflectendum subeant, ut est ab aliis existimatum. Id innumeris experimentis liquido Newtonus ostendit,
ubi

ubi pariter docuit, sensum coloris albi oriri ex impressionibus omnium radiorum, qui simul sensorium percellant in ea proportionem commixti, quam habent in albo solis radio. Et quoniam omnis colorum sensus excitatur in nobis dependenter a lumine; cum in alicujus coloris, qui quidem extra nostram imaginationem originem habeat, causam inquiritur, id demum faciendum est, ut causa inveniatur, quæ radios heterogeneous a corpore luminoso simul emissos ab invicem secreverit. Id scilicet in prismaticis coloribus refractione præstat, in iride reflexio simul & refractione, in corporibus coloratis sola reflexio. Omnia experimentis comperta sunt; ut enim nihil de iridis, ac prismaticis coloribus dicamus, quorum ratio & a Newtono ipso, & ab aliis passim luculenter est tradita, corpora opaca in lumine per prisma refracta constituta ejus singula coloris apparent, cujus lumen fuerit, quod excipiunt; cum eo tamen discrimine, quod vividiores multo habeant colorem, ubi in eo collocantur, cujus referunt colorem in plena luce, quam in alio. Sic & violæ & herba in lumine violaceo positæ violaceum habent colorem, at violæ nitidissimum, herba admodum languidum: & rursus in radio viridi colorem viridem maxime languidum induent violæ, herba viridissimum.

19. Inde discimus, omnia corpora opaca colorata ex omni quidem radiorum genere aliquos reflectere, at ex eo genere plures, cujus ipsa coloris apparent, atque inde fieri, ut certam habeant, ac determinatam coloris speciem, quod certi generis radios copiosius reflectant, quam reliquos. At si quærat, unde nam fiat, ut certa corpora ad certi generis radios reflectendos peculiarem habeant dispositionem; id vero pendet a quibusdam vicibus facilioris reflexionis & transmissionis, quas luminis particulae in medio aliquo progredientes perpetuo mutant, & in quibus non minus differunt radii heterogenei, quam in coloris specie, aut

gradu refrangibilitatis. Hanc Newtonianæ Theoriæ partem, quæ sane præstantissima est, & maximæ in Physica utilitatis, ab ipso admodum obscure traditam, & ab his, qui Physicæ elementa vulgarunt, aut leviter indicatam, aut omnino prætermiſſam, accuratius exponere, & declarare constituimus, nec rem ingratham facturos nos esse putavimus, his præfertim, qui alterius generis studiis occupati non satis otio abundant ad hæc investiganda, si majorem claritatis haberemus curam, quam brevitatis. Sed quoniam ad eam rem solutione Problematis indigebimus, quæ a Newtono, uti quidem nobis videtur, non sine aliquo mendo est tradita, eam prius ita trademus, quemadmodum illam esse restituendam monuit supra laudatus Auctor in secunda parte citatæ Dissertationis de Lumine. Sit igitur

P R O B L E M A I.

Data radiorum cujusvis generis mixtura, colorem, qui ex ea orietur, definire.

20. **D**ividatur circulus $C D F A$ (in Fig. 4.) in partes $C D$, $D E$, $E F$, $F G$, $G A$, $A B$, $B C$, proportionales segmentis αM , $\alpha \gamma$, $\gamma \varepsilon$ &c, quæ sunt in Fig. 3 amplitudines colorum diverſi generis in ſpectro colorato. Eſt nempe, poſita $G X = 1$, $\alpha M = \frac{9}{16} - \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$, & ſubtrahendo ſemper a fractionibus ſubſequentibus antecedentes, $\gamma \alpha = \frac{3}{8}$, $\varepsilon \gamma = \frac{1}{5}$, $\eta \varepsilon = \frac{1}{12}$, $\iota \eta = \frac{1}{12}$, $\lambda \varepsilon = \frac{1}{8}$, $G \lambda = \frac{1}{9}$: & ſi partes eædem referantur non jam ad totam $G X$, ſed ad dimidiam $G M$ tamquam ad unitatem, duplicandi erunt earum fractionum numeratores, aut diviſores dimidiandi. Igitur ſi tota circuli circumferen-

tia dicatur 1, & fiat $CD = \frac{1}{8}$, $DE = \frac{3}{40}$, $EF = \frac{2}{15}$, $FG = \frac{1}{6}$, $GA = \frac{1}{6}$, $AB = \frac{1}{9}$, $BC = \frac{2}{9}$; ea peripheriæ segmenta erunt respective proportionalia spatiis, quæ in latere spectri colorati rectilineo occupant ex ordine radii rubei, aurei, flavi, virides, cærulei, indici, violacei. Inveniantur centra gravitatis eorum arcuum r, a, f, v, c, i, p , five eorum distantiae a centro circuli Or, Oa , &c. quæ quidem arcus eosdem bifariam dividunt, & quæ sunt quartæ proportionales post arcus ipsos, eorumque chordas, & radium, ut constat ex geometricis; datae autem radiorum cujusvis generis quantitates collectæ supponantur seorsim in centrīs gravitatum arcuum sibi correspondentium quasi totidem pondera, quæ centrum ipsum, & oculum in centro constitutum ad se conentur adducere. Jam vero si radiorum quantitates, & hæc eorum veluti pondera sint arcubus iisdem correspondentibus proportionalia, erunt omnia in æquilibrio, cum centrum gravitatis commune omnium sit in hoc casu in ipso circuli centro, & oculus colorem album sentiet, non aliter, quam cum spectri colorati radios in eadem proportionē simul commixtos exciperet. At si radiorum quantitates suis arcubus proportionales non fuerint, ipsorum commune gravitatis centrum poterit extra centrum circuli cadere, quo casu oculi in centro constituti momentum in eam partem præponderabit, in quam centrum ipsum ceciderit vi proportionali ejusdem distantiae a centro circuli, quod patet ex iis, quæ circa vim a pluribus viribus compositam in Mechanica demonstrari solent. Inveniatur ergo hoc centrum Z , & per illud ex centro circuli ducatur radius OY , & arcus DE , cui radius idem occurret, colorem definiet, in quem compositio radiorum est abitura, recta vero OZ coloris ipsius intensiōem designabit. Erit nempe coloris species illa eadem, quæ arcui DE respondet, si radius OY per illius centrum gravitatis transierit, & converget

in alterutrum ex coloribus hinc & inde jacentibus magis, vel minus, prout magis, vel minus in alterutram partem idem radius declinabit: at idem color eo magis recedet ab albedine, quo magis recesserit a centro circuli punctum Z , ac majorem proinde habuerit rationem segmentum OZ ad radium.

21. Solutionis methodus eadem est cum illa, quam Newtonus tradidit, quamvis rationem ex illa virium analogia defumtam ex supra citata Dissertatione mutuam sumferimus, cum ipse nullam protulerit. At circuli divisio aliquanto aliter a nobis instituta, quam ab ipso Newtono fit factum. Nostra nititur huic tantummodo suppositioni, quod lumen in spectro colorato æquabiliter diffundatur, atque adeo radii heterogenei in radio luminis albo commixti eam habeant inter se rationem, quam ejusdem lateris rectilinei segmenta. Ea suppositio adhibita est a Newtono in primi Libri Propositione VII, ubi proportionem definit, quam habet densitas luminis in circulo, in quo diversæ refrangibilitatis radii ab uno objecti puncto delati colliguntur a lente in plano per focus transeunte radiorum mediocriter refrangibilium, & in diversis ab ejusdem circuli centro distantis. Etsi enim illius Theorematis demonstrationem suppresserit, tradita est tamen ipsa quoque in laudata Dissertatione cum ea suppositione necessario connexa. At enim ea facta suppositione evidens est, non aliam esse debuisse circuli sectionem, quam quæ a nobis est adhibita. Etenim hoc certum omnino est, & ab ipso Newtono hoc loco supponitur, albedinem habendam esse, quando commune gravitatis centrum quantitatum luminis diversi generis, in centrum circuli cadit. Cadit autem in centrum circuli, cum quantitates in centrīs gravitatum singulorum arcuum collectæ, sunt ipsis arcubus proportionales, atque idcirco non cadit, si iidem arcus pergendo semper in eandem plagam minuantur, quod in Newtoni divisione accidit. Si

igitur ex alia parte habetur albedo, cum radii commiscendi eam habent proportionem, quam segmenta longitudinum, quibus continentur in spectro colorato, non Newtonianam, sed nostram habere possunt proportionem segmenta peripheriæ, ut Problematis solutio phænomenis respondeat.

22. Undecumque autem factum sit, ut alios numeros a nostris Newtonus posuerit, differentia tanta non est, ut non plerumque idem sit proditurus color, utralibet adhibeatur divisio. Arcus enim coloris rubei, aurei, flavi &c. eam habent apud illum rationem, quam numeri $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{9}$, & differentiæ, quæ in coloribus compositis inde obveniunt, ita sunt exiguæ, quemadmodum constabit ex sequentibus, ut vix ulla tantum valere possit oculorum acies, quantum ad eas tuto deprehendas requireretur. Huc accedit ipso fatente Newtono, quod ejusmodi constructio solutionem Problematis non ita accuratam exhibet, ut pro mathematica habenda sit. Nam & in illa distributione radiorum per arcus circulares habentur pro homogeneis radii omnes, qui ad idem pertinent coloris genus, & ipsa constructio non ex principiis necessariæ illationis deducta est, sed tantum ex quadam analogia, quæ suas ubique patitur exceptiones. Duas in re nostra idem commemorat. Prima est, quod puncto Y abeunte circa punctum C confinium violacei, & rubei; color non obtinebitur eorum alicui similis, qui exhibentur a prismate, cum tamen rubeo, aut violaceo similem esse oporteret. Quia videlicet in hoc casu rubei, & violacei radii in mixtura prævalent, & universim loquendo lumen violaceum compositum magis clarum est, & fortius oculum vellicat, quam simplex, unde semper is color purpureus erit ad rubeum magis, vel ad violaceum vergens, prout punctum Y, vel intra arcum C D ceciderit, vel intra arcum B C. Altera est, quod si ex coloribus primariis duo

solummodo æqua portione commisceantur, & ii feligantur, qui sibi e diametro in circulo respondeant, numquam tamen color albus obtinebitur, quamvis punctum Z in centrum circuli cadat; nusquam enim potuit ea ratione colorem album obtinere, sed colorem quemdam languidum & evanidum sine nomine. Nihilo tamen minus, si regula tradita cum his exceptionibus adhibeatur, & cum experimentis comparetur per methodum institutis ab eodem traditam in Parte secunda Libri primi Propos. XI, ad veras semper conclusiones deducere deprehendetur, quantum ejusmodi rerum investigatio requirit.

23. Sed quoniam Problematis usus plurimus deinceps nobis occurret, proderit in Tyronum gratiam, qui in his exercere se velint, methodum exponere, qua usi sumus ad ejusmodi supputationes ineundas, & rem in eo ipso exemplo illustrare, quo Newtonus est usus. In primis igitur ex datis arcubus CD , DE &c non solum in gradibus, sed etiam in iis partibus, quarum 10000 continentur in radio (ob datam scilicet rationem diametri ad peripheriam ut 113 ad 355) invenimus per analogiam indicatam num. 20 rectas rO , aO , &c, quibus distant ipforum centra gravitatis a centro circuli. Tum ducta diametro $F\phi$, quæ per confinium flavi, & viridis transfret, alteram $E\xi$, quæ priori ad angulos rectos insisteret, per centrum duximus cærulei, quod videlicet a confinio flavi & viridis distat gradibus 90; est enim $FG = \frac{1}{2} = 60^\circ$, & pariter $GA = \frac{1}{2} = 60^\circ$. Hoc pacto jacebant ex altera parte diametri $F\phi$ versus cærulei centrum centra gravitatis arcuum viridis, cærulei, & indici, ex altera vero versus centrum rubei centra arcuum violacei, rubei, aurei, & flavi. Similiter ex altera parte rectæ $E\xi$ versus flavum jacebant centra arcuum aurei, flavi, & viridis, & ex parte opposita versus violaceum centra indici, violacei, & rubei, cum distantia cærulei ab eodem

nulla esset. Constant hæc ex ipsa circuli divisione; sunt enim arcus $FG = \frac{1}{6} = 60^\circ$, $GA = \frac{1}{6} = 60^\circ$, $AB = \frac{1}{9} = 40^\circ$, $BC = \frac{2}{9} = 80^\circ$, $CD = \frac{1}{8} = 45^\circ$, $DE = \frac{3}{40} = 27^\circ$, $EF = \frac{2}{15} = 48^\circ$: unde si numerentur gradus ab F versus Z , ab initio viridis ad dimidium arcum violacei, gradus sunt 200, & hujus centrum cadit ultra rectam $F\phi$, & a centro cærulei usque ad centrum rubei gradus sunt 172, 30', & hoc cadit citra rectam eandem $Z\xi$. His autem ita constitutis rectas lineas ex singulorum arcuum centrīs gravitatis in utramque diametrum ad angulos rectos dimissas vN , fn , vM &c facile supputavimus ex datis angulis FOv , fOF , vOZ , quos cum iisdem continent rectæ vO , cO &c. jam supra inventæ in partibus radii, easque tales invenimus, quales in appo- sita tabella descripsimus ad sequentes usus.

TABULA I.

Distantiæ normales centrorum arcuum singulis coloribus respondentium.

A diametro $F\phi$ Flavō & viridi contermina.			A diametro $Z\xi$ per centrum cærulei ducta.		
Viridis	= 4776	Violacei	= 3150	Viridis	= 8271
Cærulei	= 9551	Rubei	= 9664	Flavi	= 8872
Indici	= 6300	Aurei	= 8752	Aurei	= 4730
		Flavi	= 3950		
				Cærulei	= 10000
				Indici	= 7507
				Violacei	= 8654
				Rubei	= 1272

24. Quod si ergo radiorum diversi generis quantitates dentur, non alia re opus erit, quam singulas ducere in distantias sibi correspondentes a diametris prædictis, atque ita summas col-

ligere momentorum hinc & inde ab utraque jacentium. Est enim ex proprietate centri gravitatis, earum summarum differentia per summam ponderum divisa æqualis distantiae centri ejusdem ab utraque respective diametro in eadem directione æstimata: ac proinde si colores circa rectam $F\phi$ præponderent ad partes rubei per excessum m , & summa totius luminis sit p , iidemque circa rectam $\Xi\xi$ ad partes flavi præponderent per excessum μ ; invenientur in radio quidem $O\xi$ segmentum $OI = \frac{m}{p}$, in radio vero OF segmentum $OP = \frac{\mu}{p}$, & concursus rectarum HK, QR , quæ per puncta I, P ducantur utrique diametro parallelæ, definiet punctum quæsitum Z . Datis autem rectis OP , & $PZ = OI$, invenietur in triangulo rectangulo OPZ , & angulus POZ , qui concursum determinabit rectæ OZ cum quæsitæ coloris arcu, & recta OZ , in partibus radii, quæ coloris intensiorem definiet.

25. In exemplo, quod in hanc ipsam rem Newtonus protulit, erant quantitates radiorum luminis violacei 1, rubei 10, aurei 6, flavi 5, viridis 3, cærulei 2, indici 1. Itaque summa momentorum circa diametrum $F\phi$ erat ad partes $\Xi = 39730$, ad partem autem $\xi = 171812$, & præponderantia ad hanc partem $= 132082$; ac proinde $OI = \frac{m}{p} = \frac{132082}{28} = 4717$. Similiter summa momentorum circa diametrum $\Xi\xi$ erat ad partes $F = 67553$, ex parte opposita $= 28881$, & præponderantia ad partes $F = 68672$, ac proinde $OP = \frac{\mu}{p} = \frac{68672}{28} = 2452$. Est autem ut OP ad PZ , ita radius ad tangentem anguli ZOP , & ut sinus hujus anguli ad radium, ita ZP ad OZ ; unde & ille invenietur $62^\circ, 32'$ & hæc 5316 earum partium, quarum 10000 continentur in radio. Cum ergo, ob arcum $FE 48^\circ$, & arcum
DE

$DE = 27^\circ$, distet centrum gravitatis coloris aurei a puncto F per arcum $61^\circ, 30'$; punctum Y deflectet ab eo centro versus rubeum arcu $1^\circ, 2'$, & color ex ea mixtura prodibit aureus nonnihil in rubeum vergens, uti & Newtono obvenerat. At quoniam recta OZ aliquantisper excedit dimidium radium, a quo paulisper deficiebat in Newtoni calculo, aliquanto ipsi dilutior obvenerat color, quam nobis; & hæc tota differentia est, exigua sane, quam diversa circuli sectio induxit in re præsentī.

§ II.

De Coloribus exilium lamellarum pellucentium, & de vicibus facilioris reflexionis, & transmissus, quas radii alternatim subeunt per medium aliquod progredientes.

26. **Q**uamdiu luminis reflexiones in corporibus spectamus alicujus profunditatis, quamvis admodum exiguæ, nihil referre videmus, five ea major aliquanto sit, five minor, ad hoc, ut certi generis radii reflectantur potius, quam reliqui. At ubi profunditas corporum, aut medii cujuslibet ad summam quamdam tenuitatem redigatur, multum interest, cujus dimensionis sint harum exilium lamellarum altitudines ad ipsarum colores, ut passim videmus in lamellis lapidis specularis, in Aquæ bullis ad lentorem quemdam sapone incrassatæ, & inflando tensæ, ut & in tenuissimis olei, ac præsertim Petrolei stratis aquæ innatantibus. Horum ergo causas, & leges ut investigaret Newtonus, lentibus objectivis Telescopiorum majoris formæ utendum sibi statuit, quarum alteram utrinque convexam alterius planæ superficiei imponeret, aut vitro cuilibet utrinque plano: ut videlicet & maxime exilem haberet aeris lamellam iisdem interceptam, in qua

posset colorum phænomena contemplari, & varias simul ejusdem profunditates in diversis a puncto contactus distantis accurate dimetiri. Nam si (*in Fig. 5*) utraque lens plano secetur per punctum contactus N , & axem lentis transeunte, erit arcus circuli $r s N f$ sectio superficiei convexæ alterius lentis contiguæ superficiei planæ alterius, & $R S N F$ hujus sectio rectilinea. Et quoniam in data qualibet distantia $N P$, $N F$ &c a puncto contactus N , profunditas lamellæ aeræ $P p$, $F f$ &c est ipse sinus versus arcus correspondentis $N p$, $N f$ &c, distantia autem ipsæ sunt eorundem sinus recti, vel chordæ, prout eas vel in plana superficie metimur, vel in convexa; invenientur ubique ex distantis facile dimetiendis quantitates cum relativæ, tum absolutæ profunditatum, quæ dato cuilibet puncto respondeant. Ac relativæ quidem invenientur ex eo, quod eæ profunditates proportionales sint quadratis distantiarum a puncto contactus, aut accurate, si distantias metiamur in superficie lentis convexæ (in quo casu arcuum chordas pro iisdem distantis assumimus) aut quam proxime, si easdem metiamur in superficie speculi plani, ob exiguum rationem, quam habet totus arcus $r N f$ ad integram circuli peripheriam, & discrimen inter chordam, & sinum in arcubus exiguis perquam exiguum. Et fane ejusmodi lentes objectivæ tam exiguum habent convexitatem, ut nihil ad ejusmodi res interfit, utrolibet modo distantias metiamur. At quantitates earundem profunditatum absolutæ facile colliguntur ex datis iisdem distantis, & ex dato sphæræ radio, ad quam tornata est superficies vitri objectivi convexa, quæ alterius planam superficiem contingit, cum sint æquales quadratis chordarum applicatis ad circuli diametrum.

27. His ita se habentibus, cum lumen in obscurum conclave immissum prismate refringeret, singula seorsim radiorum

genera chartæ plagula excipiebat, a qua ad vitra reflecterentur, & oculo in ea positione constituto, quam esse decebat, ut chartæ illuminatæ imaginem in exteriori superficie intueretur, tanquam in speculo, illico plurimos annulos lucidos circa punctum contactus tanquam centrum diffusos intuebatur ejus coloris, cujus esset lumen a charta reflexum, & alios obscuros his alternatim interjectos hoc ordine, ut spatium intimum macula obscura occuparet, quam lucidus obiret annulus, huic annulus alter obscurus offunderetur, quem lucidus exterius alter ambiret, & sic deinceps. Eadem luminis & umbræ alternatio intuendam se dabat, si chartam per eadem vitra transpiceret, sed ordine inverso: hic enim lucida macula circa punctum contactus diffundebatur, quam obscurus obiret annulus, & universim, quæ pars inspicienti lucida apparebat, ea transpicienti erat obscura; ut adeo manifestum esset, ex eo hanc umbræ & colorum alternationem haberi, quod in diversis a puncto contactus distantis radii alternatim reflecterentur, & transmitterentur.

28. Has luminis & umbræ vicissitudines non a reflectione pendere, quæ in prima fieret lentis prioris superficie, aut in superficie alterius posteriori, constabat ex eo, quod si extremas earum oras aqua madefaceret, dum ea sese insinuabat in spatium vitris interjectum, contrahebantur annulorum diametri, quæ manere utique debuissent, si a radiis orirentur in prima lentis prioris superficie reflexis, simulque eorundem color diluebatur; ut scire liceret mediorum differentiam, in quorum confinio radii reflectebantur, & a qua pendet, ceteris paribus, luminis reflexi copia, minorem inde factam esse, quam antea; eadem autem utrobique fuisset, si in confinio aeris & vitri in utroque casu reflexio peragebatur, non autem in confinio aeris & vitri in primo casu, in confinio vitri & aquæ in secundo. Supererat ergo, ut

radii, a quibus annuli gignerentur, aut in prima lamellæ aeræ, vel aqueæ vitris interjectæ superficie reflecterentur, aut in secunda: at eadem experimenta in lamellis lapidis specularis instituta, quæ pariter pro diversa profunditate colorem mutant, superficiem priorem simili excludebant ratione; manente enim coloris, qui tum forte rubeus erat, specie, minuebatur luminis reflexi quantitas per hoc solum, quod posteriores earumdem superficies aqua leniter madefierent. Demum quod aeris interjecti lamella annulos exinde efformaret, quod pro diversa ejusdem profunditate alibi radios ad alteram ipsius superficiem advenientes reflecteret, alibi transmitteret; manifestum exinde erat, quod si vitra paulisper apprimeret ad se invicem, ut intervalla contraherentur, statim annuli sese explicabant, auctis diametris; non alia utique de causa, nisi, quia ea profunditas aeris, quæ prius puncto contactus propior erat, jam ab ea remotior esset effecta.

29. Permagni intererat harum sive diametrorum, sive profunditatum quantitates cognoscere tum relativas, tum absolutas. Ac de absolutis quidem postmodum dicemus, nunc quod ad relativas attinet, aut comparantur inter se annuli diversi ordinis, quos exhibent radii unius ejusdemque generis in unum idemque medium sub eodem angulo incidentes e quavis refringente superficie; aut ejusdem ordinis annuli in iisdem radiis, incidentibus quidem ex uno eodemque medio in idem pariter medium, sed sub diversis inclinationibus; aut ejusdem pariter ordinis annuli, incidentibus homogeneis radiis ad perpendicularum e quavis refringente superficie in diversa media; aut denique ejusdem ordinis annuli in radiis diversi generis incidentibus sub eodem angulo, e quavis refringente superficie in datum quodpiam medium.

30. Si radii homogenei ex vitro in aerem inciderent sub eodem angulo, annuli diversi ordinis lucidi, qua parte ipsorum

orbitæ lucidissimæ erant, diametros habebant, quarum quadrata progredierentur in serie continua arithmetica numerorum imparium 1, 3, 5, 7, 9 &c., at annuli obscuri, qua parte ipsorum orbitæ maxime essent obscuræ, diametros habebant, quarum quadrata progredierentur in serie numerorum parium 0, 2, 4, 6, 8 &c. Has dimensiones collegit Newtonus iteratis experimentis, & in diversis vitrorum partibus, ut ex omnium consensu ab omni erroris suspitione eximeretur. Ex his autem sequitur, quod profunditas lamellæ ipsius (utpote duplicatam habens rationem earum diametrorum per num. 26.) qua parte annulos maxime lucidos exhibebat primum, secundum, tertium &c., progrediebatur in serie continua numerorum imparium 1, 3, 5, 7, &c., qua vero parte annulos exhibebat maxime obscuros, computando in his ipsum centrum maculæ nigræ maximam habentis obscuritatem in ipso puncto contactus, progrediebatur in serie continua numerorum parium 0, 2, 4, 6, &c. Erant igitur ejusmodi radii ita comparati, ut ubi lamellæ aeræ profunditas nulla erat, omnes transmitterentur, reflecterentur autem in maxima copia a posteriori ejusdem superficie, ubi certam quamdam profunditatem adempta esset. At ubi ea profunditas duplo major esset effecta, iterum transmittabantur, & reflectebantur iterum, ubi tripla evasisset, atque ita porro mutatis perpetuo vicium alternationibus.

31. Mutata oculi ad vitrorum superficiem obliquitate, mutabantur, manentibus reliquis, annulorum diametri ita, ut aucta obliquitate augerentur, & contra. Sed jam, ut patet, annuli isti gignebantur reflexione aut transmissu radiorum in aeris lamellam sub alia incidentium obliquitate; cum non alios oculus radios videre posset, quam qui in primam prioris lentis superficiem inciderent sub eadem obliquitate, sub qua ex eadem ad oculum

emergerent. Sit enim (*in Fig. 6.*) VV substantia vitri superioris, in cujus priorem superficiem incurrat oblique radius $R I$, qui ibi refractus tendat per ipsam vitri substantiam per $I N$, tum in N subeat aeream lamellam iterum refractus, & per $N O$ deferatur ad primam superficiem inferioris vitri $K k$, ubi in O reflexus redeat ad superficiem inferiorem vitri superioris in n , ubi iterum refractus transcurrat vitrum superius per $n i$, & in i refractus emergat per $i r$ ad oculum constitutum in r ; sint autem $q i m$, $p n k$, $P N K$, $Q I M$, perpendiculares superficiebus illis $i I$, $n N$, $k K$. Ob exiguarum superficierum $I i$, $N n$, $K k$ inclinationem ad se invicem, considerari poterunt ipsæ, ubi de angulorum mensura agitur, pro parallelis, & pro parallelis item rectæ illæ iisdem normales. Est autem per num. 9 angulus $r i q$, quem radius emergens continet ad punctum i cum perpendiculo $i q$, idem cum angulo $k n O$, sub quo rediens ex O incidit ex aere in vitrum, & hic idem est cum angulo refracto $O N K$ ejusdem radii emergentis ex vitro in aerem, atque hic demum idem cum angulo $Q I R$ incidentis ex aere in primam lentis superficiem. Quod si ergo detur angulus, sub quo radius ad oculum emergit e prima lentis superficie, invenietur & is, sub quo ex vitro in aerem incidit ad punctum N , & angulus sub quo ibidem refringitur; atque inde licebit, data præterea diametro annuli in dato quopiam ordine ab his radiis efformati, comparare inter se eorundem obliquitates, quæ pendent ab angulo $O N K$, vel $O n k$, & profunditates $N K$, $n k$ vel $O B$ lamellæ aereæ, quibus fiat, ut iidem reflectantur, vel transmitantur. Præstitit hæc, quam fieri posset, accurate Newtonus hos angulos dimetiens una cum diametris annulorum ejusdem ordinis, quæ auctis obliquitatibus augebantur, atque ita hæc inter se comparata invenit, quemadmodum in apposita tabella descripsit.

T A B U L A II.

Angulus incid. in aerem.		Angulus refractionis.		Diameter annuli.		Crassitudo aeris.	
00°	00'	00°	00'	10		10	
06	26	10	00	10	$\frac{1}{1\frac{1}{3}}$	10	$\frac{2}{1\frac{1}{3}}$
12	45	20	00	10	$\frac{1}{3}$	10	$\frac{3}{5}$
18	49	30	00	10	$\frac{3}{4}$	11	$\frac{1}{2}$
24	30	40	00	11	$\frac{2}{5}$	13	
29	37	50	00	12	$\frac{1}{2}$	15	$\frac{1}{2}$
33	58	60	00	14		20	
35	47	65	00	15	$\frac{1}{4}$	23	$\frac{1}{4}$
39	19	70	00	16	$\frac{4}{5}$	28	$\frac{1}{4}$
38	33	75	00	19	$\frac{1}{4}$	37	
39	27	80	00	22	$\frac{6}{7}$	52	$\frac{1}{4}$
40	00	85	00	29		84	$\frac{1}{10}$
40	11	40	00	35		122	$\frac{1}{2}$

32. Intulit ex his, profunditatem lamellæ aereæ, a qua in dati ordinis annulo reflecterentur, vel transmitterentur radii unius ejusdemque generis sub diversis obliquitatibus ex vitro in aerem incidentes, esse vel accurate, vel quam proxime proportionalem secanti cujusdam anguli, cujus sinus sit prima e 106 arithmetice mediis proportionalibus inter sinum incidentiæ, & refractionis incipiendo a sinu refractionis, sive a sinu anguli ONK , sub quo radius refractus aeream lamellam ingreditur. Quo modo id intulerit ex observationibus, manifestum erit, ubi Theorematis sensus in aperto sit. Sit (*in Fig. 7.*) AB lamellæ aereæ superficies, in quam ex vitro incidat radius RI sub angulo CIR , & in-

tra quam demergatur sub angulo refracto FIL , majori utique in hoc casu, quam fit angulus CIR , vel ejus æqualis DIL : fitque IK ea profunditas, qua factum esset, ut idem radius reflecteretur ad dati ordinis annulum exhibendum, si in aerem ex vitro incidisset ad perpendicularum, & quæretur profunditas IL , qua fiet, ut reflectatur ad eundem annulum exhibendum sub data incidens obliquitate. Sit angulus quidam alius EIL talis, ut ejus sinus sit prima e 106 arithmetice proportionalibus inter finum anguli refracti FIL , & finum incidentis DIL , eritque ut radius ad secantem anguli EIL , ita profunditas data IK ad quæsitam IL , quam facile colligitur fore æqualem segmento Ie rectæ IE interceptæ inter I & rectam ex K ipsi BA parallelam, cum fit IK ad Ie , ut radius ad eam secantem, ac proinde in eadem proportionem, manentibus primo, & tertio termino, ipsa profunditas IL proportionalis erit secanti ejus anguli. Dicatur ergo sinus refractionis R , & sinus incidentiæ I , & quoniam sinus anguli EIL est prima e 106 arithmetice proportionalibus inter R & I , dividatur horum differentia per 107, & quotus adimatur a sinu R in hoc casu majori: hoc pacto habebitur sinus quæsitus, deficiens nempe a sinu R ea quantitate, quam eidem oporteat 106 vicibus adimere ad habendum finum I ; neque alia esset diversitas, si sinus R minor esset sinu I , quam quod in hoc casu series perpetuo cresceret ab R ad I , & differentia per numerum 107 divisa priori esset addenda. Invento autem hoc sinu, habebitur ejus secans, & data lamellæ aeræ profunditate pro una quapiam obliquitate, invenietur facile pro omnibus reliquis.

33. Ut autem appareat hanc proportionem de facto sequi aut accurate, aut quam proxime crassitudines æris ex observationibus in tabella digestis, fumatur illa ex. gr., quæ respondebat angulo incidentiæ 6° , $26'$, & angulo refracto 10° , quæ
nem-

nempe erat $10 \frac{2}{3}$. Differentia finuum horum angulorum in hoc casu divisa per 107 erit 57, 57, & hæc adempta finui majori dabit finum 17307, 25, cui respondet in tabulis angulus $9^{\circ} 58'$, & logarithmus hujus secantis, qui habetur subtrahendo logarithmum cosinus a duplo logarithmo radii, erit 10. 0066041. Sumatur jam incidentia $38^{\circ} 33'$, ejusque angulus refractus 75° , eritque horum finuum differentia per 107 divisa 320. 31, & hæc adempta finui refractionis dabit finum 96272. 27, cui respondet in tabulis angulus $74^{\circ} 19'$, logarithmus autem ejus secantis est 10. 5681212. Quoniam ergo est ut prior illa secans ad posteriorem, ita profunditas aeris data in primo casu, ad quæsitam in secundo, colligantur in unam summam logarithmi secantis posterioris, & prioris profunditatis, & sublato logarithmo secantis alterius, habebitur logarithmus quæsitæ altitudinis 1. 5678852, cui quam proxime respondet in tabulis numerus 37: & hæc erat de facto lamellæ profunditas in secundo casu a Newtono per actualement dimensionem inventa.

34. Hanc ergo subeunt mutationem aeræ lamellæ profunditates, in quibus radii reflectuntur, & trajiciuntur, ex mutata incidentiæ obliquitate. Ut autem inveniret mutationes, quæ medii mutationem consequerentur, vitra objectiva aqua madefecit Newtonus circa margines extremos, ut aqua a vitro attracta sese ipsa infinuaret in intervallum, quo plana alterius superficies ab alterius convexa per circuitum dirimebatur. Id cum fieret, annulorum ejusdem ordinis diametri contractæ sunt, easque comparans cum iis, quas annuli similes in aere obtinebant, radiis incidentibus utrobique ad perpendicularium, invenit, has ad illas eam habere rationem, quæ intercedit inter 8 & 7. Quare profunditates lamellarum annulos ejusdem ordinis exhibentium, quæ sunt in earum ratione duplicata, erant

inter se ut 64 ad 49, seu circiter ut 4 ad 3. Cum autem hæc sit proportio inter finum incidentiæ & refractionis ex aere in aquam, merito confecit, quod quoties radii unius ejusdemque generis ex aliqua refringente superficie ad perpendicularum incidant in diversa media, profunditas lamellæ in quovis horum mediorum, ubi annulus in data quavis vice exhibetur, erit ad profunditatem lamellæ alterius medii confimilem annulum exhibentis, ut finus incidentiæ ad finum refractionis ex priori illo medio in alterum.

35. Supereft, ut habitis omnibus mutationibus, quæ in radiis unius, ejusdemque generis contingere possunt, illas videamus, quæ in diverfi generis radiis, manentibus ceteris, contingunt. Sed in ejusmodi re maxime est notanda gradatio illi omnino fimilis, quam in definienda radiorum diversa refrangibilitate adhibuimus, nec minus quam illa naturæ universæ conformis. Nihil in natura per saltum fit, & ut diversa radiorum refrangibilitas ab uno extremo gradu ad alium tranfit per omnes gradus intermedios, ita & de reflexibilitate dicendum est, quam hic diversæ lamellarum profunditates ad confimiles annulos exhibendos necessariæ portendunt. Itaque sicuti cum quærimus, quænam sit ratio inter finum incidentiæ, & refractionis ex vitro ex. gr. in aerem in radiis rubeis, aut flavis, non illam possumus una quantitatum relatione definire; propterea quod in ipsis rubeis, & flavis alii magis, alii minus refrangibiles sunt, sed tantum in maxime & minime refrangibilibus utriusque generis assignamus, ut limites definiantur, intra quos omnes intermedii gradus continentur: ita & in hoc casu faciendum est, cum de reflexibilitate quærimus, seu, quod perinde est, de profunditate lamellæ, quæ requiritur, ut certi generis radii in dato vicium numero reflectantur, vel transmittantur. Quo minor est luminis refrangibilitas, eo major requiritur lamellæ profunditas, ut in dato vicium numero

reflectatur, & propter hoc ipsum aliud alio lumen minus reflexibile dicitur. Hinc si in vitra objectiva prædicta incidant radii extremi violacei, arctiores colore suo exhibent intuendos annulos, quam flavi, aut virides extremi, & multo magis quam rubei, quia scilicet inde incipiunt reflecti, ubi circa punctum contactus exilior est aeris lamella intercepta. At in ipsis radiorum singulis generibus hoc idem discrimen invenitur. Nam si (*in Fig. 5.*) profunditas lamellæ *P p* ea esse ponatur, in qua primo reflecti incipiant radii rubei ex. gr. maxime refrangibiles, & aureis contermini, nondum ea satis erit ad hoc, ut reflecti incipiant, quicunque minorem habent reflexibilitatis gradum, sed continuo major requiretur, donec ad minime refrangibiles deveniatur, qui alium limitem constituent, ultra quem nullus rubeus reflectitur, nisi in altera vice ad alterum annulum exhibendum.

36. Ut hos ergo limites in quovis radiorum genere definiret Newtonus, & inde compararet inter se profunditates illas, in quibus reflecti inciperent, aut definerent in quovis annulo consimili, Prisma, a quo lumen refringebatur motu æquabili, & lento circa axem convertibat, ut successive a charta in objectiva reflecterentur primo quidem rubei extremi, deinde ex ordine omnes reliqui. Notavit autem spatium *P F* (*in Fig. 5.*) per quod sese diffunderent colores in suis annulis, maximum esse in rubeis, minimum in violaceis, computando scilicet in violaceis dimidiam indicorum partem, & in rubeis dimidiam aureorum, & considerando quinque præcipuos colores, qui sunt, si ita loqui fas est, integri colorum toni. Porro profunditatem lamellæ *F f*, ubi rubei reflecti definerent, cum ea comparans, ubi reflecti inciperent in eadem serie violacei, invenit esse inter se in ratione majori, quam 3 ad 2, minori autem quam 13 ad 8, & secundum plerasque observationes, ut 14 ad 9, idque in quavis oculi ob-

liquiditate. Cum enim in has ipsas profunditates inquireret, diametrum circuli exterioris in annulo rubeo, & interioris in violaceo dimetiens, illam ad hanc esse invenit circiter ut 4 ad 3, five ut 5 ad 4, & ratio duplicata earum diametrorum est respective ut 16 ad 9, & ut 25 ad 16, quibus interjacet ratio 14, vel potius $14\frac{1}{8}$, ad 9; fractionem enim illam numero 14 propterea adjiciebat, quod animadverteret colores circa extremos annulorum margines multo esse dilutiores ita, ut aliquanto ferius in oculos incurrerent, quam inciperent reflecti, & aliquanto citius e conspectu abire, quam re ipsa reflecti desinerent. Hujus rei causa declarabitur in sequentibus: nunc cum diametros reliquorum annulorum ejusdem seriei inter se compararet, eam tum inveniebat mediam fere arithmeticam inter extremas prædictas, cum lumen esset coloris medii inter flavum & viridem.

37. Jam si hæc conferantur cum limitibus colorum, quos refractione explicabat (*in Fig. 3.*) apparebit omnia fere in hoc casu contingere contra, quam in illo. Nam ibi quidem omnium se maxime color violaceus explicabat, omnium minime rubeus; sumendo item pro rubeo intervallum inter extremos radios rubeos, & dimidios aureos, & pro violaceo intervallum inter extremum violaceum & dimidium indicum, ut paulo ante dicebamus. At hic maxime se explicat rubeus, & minime violaceus, hoc est, maxima est reflexibilitatis differentia inter extremos rubeos, minima inter extremos violaceos. Unde sicut in figura prædicta, exprimente GM excessum refractionis maximæ in extremis violaceis supra minimam in extremis rubeis, segmentum $G\lambda$ exprimens refractionum differentiam in utroque violacei coloris limite majus erat, quam aliud quodlibet segmentum exprimens differentias inter limites reliquorum: ita si nunc tota recta $G X$ debeat exprimere intervallum illud omnium maximum

Ff (*Fig. 5.*) quod requiritur in data quavis serie, ut extremi rubei reflectantur vel transmittantur, segmentum ejusdem rectæ exprimens differentiam intervalli Pp (*Figuræ 5*) ubi rubei maxime refrangibiles incipiunt in eadem serie reflecti, vel trajici, ab intervallo Ff ejusdem figuræ, majus esse oportebit, quam segmentum quodvis easdem exprimens in reliquis coloribus differentias. Rursus (*in Fig. 3.*) cum MG exprimeret excessum refractionis maximæ in radiis violaceis supra minimam in radiis rubeis, media inter utramque arithmetica erat M_n exprimens excessum refractionis in confinio viridis, & cærulei supra minimum in extremis rubeis. At nunc si recta $G X$ figuræ ipsius 3 exprimat maximum intervallum Ff (*Fig 5.*) in extremis rubeis, & recta $M X$ illius minimum intervallum in radiis violaceis, segmenta autem reliqua exprimant eadem intervalla in reliquorum radiorum limitibus; segmentum X_n respondens intervallo radiorum in confinio flavi, & viridis omnium maxime accedet ad medium arithmeticum inter $G X$, & $M X$; id enim diametris accidebat, & in quadratis diametrorum earundem instituta computatione adhuc idem hic invenietur, licet quadratorum ratio non accurate congruat cum ratione diametrorum ipsarum simplicium.

38. Quod si igitur profunditates lamellæ, in quibus reflectantur colorum confinia ad annulos ejusdem ordinis exhibendos, eam haberent inter se rationem, quam segmenta rectæ $G X$, ubi differentiae refractionum exprimuntur, non alia re opus esset, quam ordinem colorum invertere. Nam si $G X$, & λX essent eæ profunditates in utroque limite coloris rubei, & $M X$, αX eadem profunditates in utroque limite violacei; & maxima esset ejusdem lamellæ crassitudo in extremis rubeis, minima in extremis violaceis, ac differentiae earundem maximæ essent in illis, minimæ in his, exceptis, ut supra, colorum he-

mitoniis λ , γ α ; & demum haberetur in η confinium flavi & viridis, ubi ea profunditas media esset arithmetica inter $G X$ & $M X$. Nunc autem hæc ratio non eadem est: siquidem invenimus supra profunditatem lamellæ, quæ requiritur, ut extremi rubei in quovis annulo reflecti incipiant, vel transmitti, ad profunditatem ejus, quæ requiritur, ut id ipsum contingat in annulo confimili violaceis extremis, esse ut $14 \frac{1}{4}$ vel $14 \frac{1}{3}$ ad 9, ubi autem de refractionibus agebatur, erat $G X$ ad $M X$ ut 1 ad $\frac{1}{2}$. Ut adhuc tamen fervetur analogia, & profunditatum magnitudines comparentur cum chordæ longitudinibus, quæ sonent illas voces musicas in octava; cum experimentis consentiet vel accurate, vel quam proxime, si quis ponat crassitudines aeris inter vitra interjacentis in loco, ubi annulos exhibent, sua quisque vice 8 limites colorum 7, rubei, aurei, flavi, viridis, cærulei, indici, & violacei esse inter se, ut radices cubicas quadratorum 8 longitudinum chordæ, quæ sonent notas illas musicas in octava progrediente per tertiam minorem, & sextam majorem, hoc est, ut radices cubicæ quadratorum numerorum 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{9}{16}$, $\frac{1}{2}$. Invenimus enim supra diametrum maximam annuli rubei ad minimam annuli violacei ejusdem ordinis esse, ut 4 ad 3, vel 5 ad 4, unde cum profunditates aeris his locis respondentes sint, ut horum quadrata, si assumatur prædicta ratio, erunt hæc quadrata, ut (*in fig. 3*) sunt $\sqrt[3]{G X^2}$, & $\sqrt[3]{M X^2}$, ac proinde sumtis ipsorum quadratorum radicibus, $\sqrt[3]{G X} : \sqrt[3]{M X} :: 4 : 3$, vel ut 5 ad 4, & demum $G X$ ad $M X$ ut cubi quantitatum alterutrius rationis prædictæ. Jam vero si ponatur $G X = 1$, & sumantur cubi numerorum priorum, habebitur $M X = \frac{27}{64}$, quæ fractio deficit ab unitatis dimidio per $\frac{5}{64}$, at si sumantur cubi posteriorum quantitatum, habebitur $M X = \frac{64}{125}$, quæ fractio

excedit unitatem dimidiam fere per $\frac{2}{5}$. Unde apparet, quod ad veritatem proxime accedimus assumendo cubos earum diametrorum esse ut 1 ad $\frac{1}{2}$, ac proinde & ipsas Diametros esse, ut radices cubicæ 1 & $\frac{1}{2}$, ac earumdem quadrata, sive lamellarum profunditates his respondentes esse ut $\sqrt[3]{(1)^2}$ ad $\sqrt[3]{(\frac{1}{2})^2}$. Idipsum invenietur, si cum ea proportionem conferantur rationes profunditatum supra inventæ ut $14\frac{1}{4}$ ad 9, vel $14\frac{1}{3}$ ad 9: unde constat, quare ea proportio a Newtono fuerit constituta.

39. Assumantur igitur (*in Fig. 8*) rectæ lineæ $G X$ segmenta λX , ιX , μX , ϵX , γX , αX , $M X$, quæ, posita tota $G X = 1$, sint ut radices cubicæ quadratorum $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$, sive ponendo $G X = 10000$, ut, 9243, 8855, 8255, 7631, 7114, 6814, 6300; & si tota $X G$ exprimat profunditatem lamellæ aereæ, ubi extremi rubei incipiunt reflecti, aut transmitti in quovis annulorum ordine, erit λX profunditas ejusdem, ubi id ipsum contingit in confinio rubei, & aurei, ιX crassitudo, quæ requiritur ad eundem effectum in confinio aurei, & flavi, & sic de reliquis.

40. Atque hoc quidem pacto habemus omnes quantitatum relationes quæsitæ, cum definitæ sint relationes crassitudinum, & pro diversis annulis ejusdem coloris, incidentibus radiis e quavis refringente superficie in unum idemque medium sub eodem angulo; & pro diversis in eorum radiorum genere inclinationibus in annulis ejusdem ordinis, & pro incidentia perpendiculari in diversa media, manentibus radiis, in annulis, consimilibus, & demum pro diversi generis radiis e quavis refringente superficie in unum idemque medium sub eodem angulo incidentibus. Nunc ut hæc ipsa innotescant in quantitibus absolutis, satis erit, si res absolvatur in uno quovis radiorum genere incidentium ad perpen-

diculum in datum medium, & in quovis dati ordinis annulo. Data enim lamellæ profunditate in quovis uno ejusmodi casu, ex datis relationibus quantitatum prædictis definietur eadem pro quolibet casu.

41. Newtonus cum has dimensiones inquireret in radiis aureo & flavo confinibus ab aerea lamella reflexis, & vitro uteretur objectivo æque utrinque convexo, diametrum mensus est quinti annuli obscuri, qua parte is obscurissimus erat, cum in centro annulorum macula nigra sine ulla vitrorum compressione manifesto videndam se daret, eamque æqualem invenit $\frac{1}{600}$ partibus unius unciae. Et hæc quidem erat ejus diametri dimensio in superficie vitri exteriori, ubi illam oculus intuebatur. At in ipsa lamellæ aeris sub vitro latentis superficie aliquanto majorem esse oportuit. Sit enim (*in Fig. 6*) oculus in r vitris imminens ad perpendiculum supra ipsum annulorum centrum o , sitque radius ri unus ex his, qui annulum terminant obscurum. Manifestum est, quod spectator pro annuli semidiametro metietur in vitri superficie rectam oi , cum tamen vera ejusdem semidiameter in aeris lamella, & ex qua pendet crassitudo quæsitæ, sit recta bn , per cujus punctum n transit radius ad oculum perveniens ex i : & quidem si radius e vitro emergens nullam subiret in n refractionem, ex data distantia ro oculi a vitro, vitri crassitudine ob , vel im (cum vitrum respectu distantiae or tanquam parallelis superficiebus clausum haberi possit) & semidiametro oi , una tantum analogia inveniretur bn . Nunc quoniam in i recedit radius a perpendiculo iq , producat idem in x , eritque $oi. m x :: ro.im$: & quoniam, posita ratione finuum incidentiæ & refractionis ex vitro in aerem ut 2 ad 3, eadem est ad sensum ratio rectarum mn , mx (cum sit $m ix$ angulo refracto riq æqualis, & min angulus incidentiæ, angulus autem totus brx , five $m ix$ exiguus, adeoque

que exiguus & min , ac ipforum min , mix finus proxime, ut tangentes mn , mx), erit componendo rationes $oi.mn::ro \times 3.im \times 2$, & $oi + mn$ five $bn.oi::3 \times ro + 2 \times im.3 \times ro$: eademque erit ratio duplæ bn ad duplam oi , seu totius diametri in aere ad totam diametrum in superficie vitri. Erat autem in Newtoni experimento distantia oculi ro unciarum 8, tota diameter in superficie vitri $= \frac{1}{6} \frac{2}{5} \frac{1}{5} \frac{0}{0}$, & vitri craffities erat unius ex 8 partibus uncia; ac proinde ratio ro ad im eadem, quæ 64 ad 1: ergo, substituendo hos numeros, erat 192. 194 :: $\frac{1}{6} \frac{2}{5} \frac{1}{5} \frac{0}{0}.bn = \frac{1}{6} \frac{2}{5} \frac{2}{5} \frac{2}{5}$ partibus uncia.

42. Sit jam (*in Fig. 5*) NP ejus diametri dimidium, cui est æqualis dimidia chorda arcus sNp , seu finus rectus np ejusdem arcus dimidii. Cum sit hic medius proportionalis inter diametrum circuli, & finum versum Nn , seu Pp , invenietur quæsitæ lamellæ profunditas ex data diametro sphæræ, ad quam tornatum erat objectivum. Erat hæc in casu nostro unciarum 184: igitur $184. \frac{6}{5} \frac{1}{5} \frac{1}{5} \frac{0}{0} :: \frac{6}{5} \frac{1}{5} \frac{1}{5} \frac{0}{0}.Pp = \frac{1}{17} \frac{1}{7} \frac{1}{4} \frac{4}{4} = \frac{5}{887} \frac{1}{20}$ atque hæc erat profunditas, five craffitudo lamellæ in quinto annulo obscuro per eam radii inclinationem viso. Itaque primus annulus obscurus post primum lucidum si in eadem obliquitate videri debuisset, requisivisset lamellæ profunditatem, five craffitudinem $\frac{1}{887} \frac{1}{20}$, quandoquidem eæ profunditates sunt ex dictis in progressionem arithmetica continua numerorum parium, ac proinde illa ad hanc, ut 1 ad 2, five ut 5 ad 10.

43. Nondum tamen habemus quod quærimus; proposita enim erat ad inquirendum lamella alicujus annuli, qui fieret a radiis vel trajicientibus, vel reflexis, cum ipsi in aerem inciderent ad perpendiculum. At hic cum talis esset oculi positio, non eadem esse poterat positio radiorum, qui inde ad oculum reflectebantur. Habebitur tamen hæc per num. 32 ex inventa, si

detur inclinatio radiorum, qui in hac observatione per eam lamellæ altitudinem trajiciebantur. Ibi nempe ostendimus, quod si radii homogenei inciderent in unum idemque medium sub diversis inclinationibus, altitudo lamellæ, a qua reflecterentur, vel trajicerentur in unius, ejusdemque ordinis annulo, futura esset ut secans anguli ejusdem Z , cujus sinus esset prima e 106 arithmetice proportionalibus inter finum refractionis & incidentiæ: unde data inclinatione radiorum pro eo casu, quo definita est per observationem altitudo prædicta, dabitur & ea, quæ futura erat, si radii sub alio quocunque angulo incidissent. Porro in experimento Newtoni erat inclinatio radii ex vitro emergentis $r i q$ (in Fig. 6,) ac proinde & angulus refractus $O N K$ ejusdem ex vitro in aerem incidentis ferme 4 graduum, & posita ratione finuum incidentiæ & refractionis ut 11 ad 17, qua quidem ratione idem utebatur, erat angulus incidentiæ $P N I = 2^\circ, 35'$ quam proxime; & cum horum finuum 6975, 65, ac 4507, 24 differentia 2468, 41 per 107 divisa quotum exhibeat 23, 07; hic ademptus finui refractionis dabit finum illius anguli $Z = 3^\circ, 59'$, cujus secantis logarithmus est 10, 0010592. At radiis incidentibus in aerem ad perpendicularum, angulus incidentiæ & refractionis nullus evadit, & per consequens angulus quoque ille Z , qui ab iisdem definitur, nullus est, & anguli nullius secans, & ipse radius. Addendus est ergo logarithmo radii logarithmus inventæ altitudinis $\frac{1}{88720} = -4, 9480215$, & a summa, seu potius differentia $= 5, 0519785$ adimendus logarithmus secantis inventæ, ut habeatur logarithmus quæsitæ altitudinis $= -4, 9490807$, cui respondens fractio $= \frac{1}{88940}$ dat altitudinem, qualis erat futura in secundo annulo obscuro radiis incidentibus ad perpendicularum, pro qua assumi poterit rotundus numerus $\frac{1}{89000}$, qualis est a

Newtono inventus, quamvis in superioribus aliqua supputatio-
num exigua differentia occurrat.

44. Cum ergo ex his, quæ supra diximus, constet lamel-
larum ejusmodi profunditates in annulis lucidis esse in progressione
arithmetica numerorum imparium 1, 3, 5, 7, &c; in obscu-
ris autem (siquidem initium fiat ab ipso centro maculæ obscuræ)
in progressione parium 0, 2, 4, 6, &c; erit profunditas la-
mellæ illius, in qua primus annulus lucidus, ubi is maxime luci-
dus est, exhibetur, inventæ dimidia, ac proinde unius ex his
partibus, quarum in uncia continentur 17800. Quod si fra-
ctio $\frac{1}{17800}$ ducatur in seriem numerorum imparium, dabit ean-
dem lamellarum altitudinem in omnibus annulis lucidis, quos ex-
hibent radii aureo & flavo contermini incidentes in aerem ad per-
pendiculum; ducta autem in seriem numerorum parium dabit ean-
dem in annulis obscuris. At si eadem altitudines inquirentur pro
radiis reliquis, pro quovis medio, & pro quavis inclinatione,
haberi poterunt ex supra definitis proportionibus.

45. Ex his, quæ hætenus diximus, generalia theorema-
ta fluunt, quæ de vicibus facilioris reflexionis, & facilioris trans-
missus Newtonus posuit in 3 parte lib. 2, & problematis solutio,
qua totius theoriæ fructus colligitur, ab eodem tradita in secun-
da parte ejusdem libri. Ad hanc probe intelligendam, theore-
matum vim intime comprehendere oportet. Ea hic propone-
mus aliquanto aliter, quam ab eo factum est. Differentia autem
in eo sita erit, quod ille *vices facilioris reflexionis* appellat rever-
siones dispositionis illius, qua fit, ut quilibet radius facilius refle-
ctatur, & *vices facilioris transmissus* reversiones dispositionis illius,
qua fit ut idem facilius transmittatur: spatium autem quod inter
singulas ejusdem vicis reversiones intercedit, appellat *interval-
lum vicium*. At nos vices reflexionis, & transmissus dicemus dif-

positiones ipsas ad reflectendum vel transmittendum alternatim redeunt, & intervallum vicium appellabimus spatium illud, quod est radio percurrentum, ut a dispositione maxima ad reflexionem transeat ad maximam dispositionem ad transmissum, & contra; cur *maximam* adjiciamus, mox intelligetur. Interim ubi intervallum illud vicium apud Newtonum in radiis aureo & flavo conterminis est $\frac{1}{89000}$ pars unius unciae, ibi nobis erit $\frac{1}{178000}$ dimidia scilicet illius spatii pars, quod ab ipso hoc nomine designatur. Hæc exigua mutatio non nihil conferet ad faciliorem eorum, quæ deinceps dicenda erunt, intelligentiam. Sit igitur

T H E O R E M A I.

Omnis radius transmissu suo per quamlibet refringentem superficiem nanciscitur dispositionem quamdam, qua fit, ut æqualibus in progressu suo decursis intervallis reflectatur facilius, & alternatim transmittatur, si alia refringens superficies deinceps proxima objiciatur.

46. Sensus theorematis est is. Quoties radius luminis novum subingreditur medium, si post certum spatium emensum nova ei refringens superficies objiciatur, reflectetur facilius, quam transmittatur, & si eadem superficies objiciatur post alterum intervallum priori æquale decursum, transmittetur facilius, quam reflectatur, atque ita porro perpetuis vicium alternationibus. Rem ita se se habere constat ex superioribus experimentis. Nam idem radius, qui post certum spatium in aeris, vel aquæ lamella decursum, novo objecto medio, reflectebatur, idem reflectebatur post idem spatium ter, quinquies, septies &c. decursum, cum

contra trajiceretur post 2, 4, 6, 8, 10 &c. intervalla ejusdem magnitudinis emensa. Atque has quidem alternas vices propagari ad quamlibet distantiam certum putavit Newtonus. Cur enim, ubi medii profunditas paulo major esse incipit, eadem annulorum phænomena, & colorum divisiones non habeantur, licet ad distantias quascunque propagentur vices illæ, aliquanto inferius explicabimus. Interim illud ipse observavit, quod cum annuli colorati in vitris objectivis, de quibus supra dictum est, nudo oculo intuenti vix 8, aut 9 distincte videndos se darent, prismate adhibito amplius 40 numerari poterant præter alios multos ita exiguos, & densatos, ut eos satis discernere, & numerare non posset. Ex aliis autem phænomenis ab hac eadem causa pendentibus, quæ in sequenti § recensebimus, constabit in lumine irregulariter reflexo plura vicium millia eodem ordine regredi. Unde cum, quatenus oculorum vi, & ingenii industria progredi possumus, eatenus istæ alternationes vicium se prodant, dubium non est, quin & ad ea propagentur intervalla, in quibus sensuum aciem jam debeant effugere.

47. In quo sita sit ejusmodi dispositio, & unde lumini adveniat, hoc loco non inquiremus. Dicitur tamen radius eandem acquirere in transitu suo per refringentem superficiem, quia ab ipsa refringente superficie propagantur eæ vicium alternationes, & in ipso transitu oritur intervallorum determinatio, quibus ab una ad alteram dispositionem transibit. Illud in primis oportet animadvertere, has dispositiones non in instanti, & per saltum contra universalem naturæ legem, sed per gradus immutari. Id ergo ut altius animo infideat, sit $T o F'''$, (*in Fig. 9.*) radii aliqujus simplicis, & homogenei semita in aliquo dato medio, eaque dividatur in segmenta æqualia $T o I'$, $I' R_1$, $R_1 F' F' T_2$ &c. quorum primum $T o I'$ denotet spatium illud exiguum in confinio

prioris, & sequentis medii, ubi radius trajectus est, & in cujus initio maximam habuit ad transmissum facilitatem. Summa vero duorum $T \circ I'$, $I' R_1$ fit illud intervallum, quo decurso maximam habet facilitatem ad reflexionem. Erit $T \circ T_2$ intervallum illud, ubi iterum maximam habet ad transitum facilitatem, $T \circ R_3$ intervallum, in quo iterum maximam reflectendi facilitatem habebit, & sic deinceps. Ut ergo rite concipiamus, quomodo per gradus ab una dispositione ad aliam transeat, fit curva quædam continua $A B C D E$ &c. perpetuo recedens a puncto $T \circ$, & axem interfecans, non quidem in ipsis punctis T , & R , ubi maximæ erant eæ dispositiones ad motus contrarios, sed in punctis intermediis I , F , & curvæ ipsius ordinatæ ad rectam $T \circ F'''$ tamquam axem, normales, quæque nullæ sint in ipsis intersectionibus axis, maximæ sint in punctis T , R , ubi maximam habet radius ad transmissum, vel reflexionem facilitatem; hinc vero, & inde æqualiter decrescant decrementis circa ipsas maximas ordinatas admodum exiguis (ut universim solet contingere in omnibus quantitibus per continua incrementa auctis, & per continua decrementa imminutis ita, ut maximum quiddam habeant, vel minimum); in punctis vero remotioribus, ut inter I , & r , vel inter F' , & t , maximis. Sic enim fiet, ut transitus ab una ordinata maximæ ad sensum æquali, ad aliam contrariam itidem æqualem ad sensum celerrimus sit, quemadmodum in ejusmodi rebus videmus contingere, & ordinatæ ejusmodi designabunt quantitatem earum dispositionum, quas alternatim habet radius ad reflexionem, vel transmissum.

48. Igitur in puncto $T \circ$ habebat radius maximam ad transitum dispositionem, quam idcirco exprimit recta $T \circ A$ omnium maxima, quæ ordinantur ad curvæ ramum $A I'$: at dum luminis particula motu continuo decurrit spatium $T \circ I'$ ut continuo de-

crescunt ordinatæ, ita & continuo decrescit ea facilitas, donec in ipso puncto I' & illæ nullæ sint, & dispositio nulla. Ibi scilicet radius est prorsus indifferens & ad transitum, & ad reflexionem, quantum quidem est ex parte dispositionum, de quibus hic agimus; nam quantum attinet ad motum progressivum, ab eo utique determinatus est ad progressum, & si sibi prorsus relinquatur, haud dubium est, quin progressurus sit; sed hic motus constans, & uniformis longe alius est ab his dispositionibus, quarum quantitates exprimunt ejusmodi ordinatæ, cum ex illo semper determinetur radius ad progressum, ex his ita sit comparatus, ut aliquando novo occurrente medio majorem habeat ad progressum facilitatem, aliquando autem majorem ad regressum. Interim dum luminis particula, quæ in puncto I' ad utrumque erat æque disposita, ulterius progreditur, jam ordinatæ ad curvæ ramum $I' B F'$ jacentem ex parte axis opposita ostendunt novam dispositionem priori oppositam, qua fiat, ut faciliorem habeat reflexionem, quam transmissum. Crescit hæc quoque dispositio, ut crescunt ordinatæ $b r$, & maxima evadet in R_1 , exinde vero decrescet, donec prorsus evanescat in F' , & exinde oppositam nancisci incipiat facilitatem ad transmissum, & sic deinceps.

49. Jam vero cum intervallum vicium absolute dicimus, spatium illud communiter intelligimus, quod intercedit inter maximam facilitatem ad transmissum, & maximam ad reflexionem, cujusmodi sunt intervalla $T O R_1$, $R_1 T_2$, &c., quibus propterea adjectæ sunt notæ 0 , 1 , 2 , 3 , 4 &c. in quarum progressionem sunt alternatim harum dispositionum limites, ut dictum est. At si spatium quis velit, in cujus decursu alterutram habeant luminis particulae dispositionem, prædicta intervalla bifariam dividat oportet in punctis I , F , & primum quidem dimidium $T O I'$ assignet dispositioni, quam habet continuo minorem ad transmissum,

tum duo sequentia $I' R_1$, $R_1 F'$ dispositioni, quam habet ad reflexionem ab I' ad R_1 continuo majorem, & continuo minorem ab R_1 ad F' , & sic deinceps. Et similiter, si intervallum quis velit, quo ab una quadam alterutrius dispositionis quantitate $b r$ transeat ad æqualem gradum dispositionis oppositæ, sumta $r t = T o r$, $t c$ æqualis, & contraria priori $r b$ æque ostendet, quod quantam habebat radius in r facilitatem ad reflexionem, tantam habebit in t ad transmissum. Atque hoc pacto undecunque numerare quis velit mutationes dispositionum æqualium, & oppositarum, semper habebit intervallum ejus magnitudinis, quam definivimus inter utriusque maximam quantitatem $R_1 B$, $T_2 C$. Quamvis enim fieri possit, ut arcus $I' B$, $B F'$, $F' C$ &c. circa maximas ad reflectendum, vel transmittendum facilitates dispositi non sint accurate similes, & æquales, ac proinde nec ipsæ rectæ $R_1 B$, $T_2 C$ bifariam secant intervalla $I' F'$, $F' I''$ &c. tamen tam cito fit transitus ab una dispositione ad oppositam, ut ea inæqualitas, si qua sit, futura sit prorsus insensibilis. Atque id ipsum intelligi debet de æqualitatibus, quas hic supponimus inter ordinatas contrarias $R_1 B$, $T_2 C$ &c. & arcus pariter contrarios ejus curvæ.

50. Quomodo hæ dispositiones radium determinant ad progressum potius, vel regressum, melius intelligetur in sequentibus, ubi & de ratione aliquid dicemus, qua lumini superveniunt. Interim illud in primis notandum, nunquam fore, ut ob solam hujusmodi mutationem radius refiliat. Reflexio luminis pendet, ut jam initio monuimus, a mutatione medii, quod subit, & a differentia densitatum, vel potius virium refringentium in ipsis mediis. Si differentia hæc nulla sit, nulla erit usquam reflexio, utcunque immutentur eæ dispositiones, & radius continuo progredietur. At si differentia sit aliqua, tunc & pro quantitate ejusdem differentiæ,

&

& pro diversa dispositione, quam habet radius, ubi novum illi medium occurrit, immo etiam ab angulo, in quo ad dirimentem superficiem incidet, ad alterum potius ex hisce duobus determinabitur, quam ad oppositum. Si novum hoc medium radio objiciatur in punctis T , trajicietur, quia maximam habet ad hoc facilitatem, nisi tanta sit vis reflectens, ut cum tota hac dispositione maxima ad transmissum, totam possit velocitatem luminis progressivam extinguere, & novam gignere in partes oppositas; & si objiciatur in punctis R , reflectetur ob contrariam rationem, dummodo novi medii profunditas satis magna sit pro densitatum differentia, ut inde resultent actiones satis validæ ad motum progressivum luminis extinguendum, novumque producendum ad partes oppositas, ut ex dicendis intelligetur. Eadem fere contingent, si illud idem medium radio luminis objiciatur in puncto a puncto R , vel T per minimum aliquod intervallum remoto ob dispositiones prædictas ibi quam proxime constantes; at ubi paulo magis quis recesserit, novum medium objiciens in r , vel t , tum quamvis ibi sit in vicibus facilioris reflexionis, hic in vicibus facilioris transmissus, fieri tamen poterit, ut & trajiciatur in primo casu, & reflectatur in secundo. Si nempe vires, quæ & ex diversa mediorum densitate, & incidentiæ inclinatione resultant, sint adeo exiguæ, ut cum tota dispositione $r b$, quam ibi radius habebat ad faciliorem reflexionem, prævaleat velocitas progressiva, ultra progredietur. Si autem in ea vis sit adeo magna, ut velocitatem possit extinguere, cum tota dispositione $t e$, quam habebat ad faciliorem transmissum, reflectetur. Atque hinc est, cur interval-
la ista non dicantur intervalla vicium reflexionis, & transmissus; sed facilioris reflexionis & facilioris transmissus; quia scilicet non satis sunt eæ dispositiones, ut alterutrum alternis vicibus contingat potius, quam alterum, cum jam ex motu progressivo, qui ab his

dispositionibus non variatur, semper fit determinatus radius ad progressum, sed requiritur præterea vis resultans ex diversa mediorum densitate, & inclinatione incidentiæ, quæ possit velocitatem luminis perpendicularem extinguere, novamque producere in partes oppositas. Id autem ista vis facilius assequetur in intervallis IRF , quam in intervallis FTI , quamvis ne in illis quidem semper assequetur. Sed tamen si assequatur in his, a fortiori & in illis poterit efficere, & si ne in illis quidem assequatur, multo minus in istis poterit. Sic etiam si novi medii occursum in puncto R & radium determinat ad regressum, non potest inde inferri, determinaturum pariter in r ; at si hic potuit efficere, ut radius resiliret, a fortiori idem efficiet in R & , & similiter, si medium aliquod radio objectum in T 2 non illum potuit reflectere, non potest exinde inferri, nec in t reflexurum; at si in t non reflectit, multo minus reflectet in T 2.

51. Immo hoc universim possumus affirmare pro casu, in quo e medio minore vi prædito transeat radius ad medium majore præditum vi, ut e minus denso, & sulphureo ad magis densum, & majore sulphuris copia præditum, nullam esse mediorum differentiam, ex qua vis reflectens adeo valida resultet, ut radios reflectat, qui in ipso appulsu maximam habeant ad transmissum dispositionem, quod quidem accidit, ubi contra e medio majore vi prædito transit ad medium præditum minore vi, si obliquitas incidentiæ sit tanta, ut sinus anguli incidentiæ ipsius ad radium non habeat rationem minorem ea, quam habere debet sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti, in quo casu radius reflectitur semper in totum nulla ejus parte transmissa. Accidit in hoc secundo casu, ut quemadmodum radius in maxima dispositione ad reflexionem adhuc trajicitur, si vis reflectens sit nimis exigua, ita & in maxima dispositione ad transmissum adhuc resiliat, si vis illa

fit satis magna. Videtur quidem spectata rei natura idem & in primo illo casu posse contingere, verum phænomena oppositum videntur evincere. Nullum enim speculum novimus, a quo reflexum lumen æque sit copiosum, ac lumen directum, quod omnino contingeret, si radios reflecteret advenientes cum ea maxima dispositione ad transmissionem: si enim & hos reflecteret, a fortiori reflecteret & reliquos: unde putandum est, nullos reflecti radios in appulsu ad quodvis medium majore vi pollens, qui sint in limite maximæ facilitatis ad transmissum, aut in limitibus ipsi maxime contiguus.

52. Et hætenus quidem mutationes vicium in uno eodemque simplicissimo luminis radio consideravimus. Jam si consideremus reliquos, quamvis ejusdem coloris, in his intervalla prædicta sunt inæqualia, ut supra ostensum est: unde si in *R* maximam facilitatem habet ad reflexionem extremus ex. gr. violaceus, cujus minima sunt ejusmodi intervalla, nondum tantam habebunt reliqui violacei, & maxime omnium ab ea distabunt, qui sunt in confinio violacei, & indici. Hinc fit in his ipsis colorum phænomenis, quæ ab exilibus lamellis exhibentur, ut differentia mediorum, quæ coloris speciem mutare non potest, mutare tamen luminis intensitatem possit, quemadmodum vidimus in lamella lapidis specularis lumen rubrum reflectentis, sive aeri utrinque confinis esset, sive aquæ, sed in primo casu copiosius, quam in secundo. Erat nempe ea lamella profunditatis, quæ requirebatur, ut radii rubei, qui in appulsu ad primam superficiem fuerant in vicibus facilioris transmissus, in appulsu ad secundam essent in vice aliqua facilioris reflexionis, sed non omnes ex æquo; aliqui enim habebant maximam *R* i *B*, aliqui alii continuo minorem. Ubi densitatum in mediis contiguus differentia major fuit, vis reflectens tanta extitit, ut & illos resilire compelleret, qui paulo magis di-

starent ab eo limite: at ea vi imminuta ob imminutam differentiam densitatum, aliqui ex his qui prius reflectebantur, trajici cœperunt. Hinc universim annulorum, quos aeris, vel aquæ lamella exhibuit in vitris objectivis, erant extremi margines dilutiores, ut vix in sensum incurrerent, quemadmodum monuimus in num. 36, & partem aliquam habebant præ reliquis maxime lucidam. Nam si (*in Fig. 5*) sit Pp profunditas illa, qua decursa tantam habebant extremi violacei ad reflectendum facilitatem, ut reipsa reflecterentur, nondum tantam habebant reliqui, qui non nisi successive ad eandem facilitatem pervenerunt. Unde initio quidem nonnisi paucissimi reflectebantur, paulo post una cum illis acquirentibus facilitatem continuo majorem reflectebantur & alii, donec qui primi reflecti cœperunt, primi etiam inciperent transmitti, & sic deinceps. Quamobrem & admodum tenue erat lumen in P , ubi nonnisi maxime refrangibiles reflectebantur, & similis erat tenuitatis in F , ubi nonnisi minime refrangibiles pergebant reflecti, & erat aliquis limes $\phi\pi$, ubi maxima erat reflectentium copia.

53. Immo hinc etiam fit, ut hæc colorum phænomena locum habeant in exiguis tantum lamellis, non autem in paulo majoribus profunditatibus. Etenim quamdiu intervallum ToF''' (*in Fig. 9*) est ita exiguum, omnes, vel fere omnes ejusdem coloris radii, eandem habebunt sive ad progressum, sive ad regressum dispositionem, quæ quidem dispositio in eodem etiam exiguo intervallo pro diversis coloribus satis diversa erit. At ubi intervallum ipsum satis excrescit, jam intra quodvis cujuscunque coloris genus, aliqui radii alteram, aliqui alteram priori prorsus oppositam dispositionem habebunt, unde fiet, ut in exiguo intervallo quædam colorum genera in reflexo lumine prævaleant, quædam vero alia in transmissio, in intervallo autem satis magno om-

nium colorum radii tam in reflexo, quam in refracto lumine habeantur. Id autem patebit facile ipsam tantummodo maximam dispositionem consideranti. Si enim $T o R_1$ fit illud intervallum, ubi extremus violaceus subit vices facilioris reflexionis, ibi violaceus indico confinis adhuc abest aliquantisper ab ea dispositione, quam non acquireret, nisi in puncto aliquo modice distante ab R_1 , cum eadem intervalla differant pro radiis etiam extremis unius, ejusdemque generis per quantitates respectu totius intervalli $T o R_1$ exiguas. At dum iterum redibit prior radius in R_3 ad vices facilioris reflexionis, tum alter aliquanto magis ab eadem vice in eodem loco distabit, quam in prima vice distaret. Atque ita porro dum majus decurrunt intervallum, pluresque subeunt vicium mutationes, ad eam tandem summam unius defectus devenient, ut ubi alter maximam facilitatem habet ad reflexionem, ibi alter habeat maximam ad transmittendum dispositionem.

54. Nec vero difficile est numerum vicium definire, in quo ea dispositionum contrarietas habebitur in duobus sive ejusdem, sive diverſi generis radiis, quovis ab invicem gradu distantibus. Nam si (*in Fig. 8*) fit $M X$ intervallum vicium pro extremis violaceis, & αX intervallum pro violaceis indico confinibus, & spatium inveniat, in quo intervallum αX semel minus contineatur, quam intervallum $M X$, spatium nimirum, quod ad alterum ex iis intervallis fit, ut est alterum ad ipsorum differentiam, quæ differentia continuo replicata cum priore intervallo posteriori æqualis evadat; in fine ejus spatii alter radius numerabit vicium numerum imparem, alter parem, & alter erit in vice facilioris reflexionis, alter in vice facilioris transmissus. Idem autem problema æque facile solvitur etiam generaliter, quod multo satius erit, pro quovis majori excessu numeri vicium majoris; ut si quæ-

ratur, quoties vices mutare debeat violaceus indico confinis, ut violaceus extremus centum numeret supra illas, quas prior subiit, seu, quod perinde est, quodnam sit spatium illud, in quo intervallum $M X$ centies contineatur supra numerum vicium, quo continetur intervallum majus αX ; hoc enim pacto casum habebimus, in quo ex omnibus radiis violaceis alii præter quemdam communem omnibus vicium numerum numerabunt 99, alii 98, & sic deinceps per omnes numeros intermedios ita, ut qui sunt in vicium numero impari, aut accurate, aut quam proxime totidem sint, quot illi, qui sunt in vicium numero pari, & totidem sint ad sensum in vice aliqua maximæ dispositionis ad transmissum, quot sunt in contraria vice maximæ dispositionis ad reflexionem.

55. Ponatur ergo intervallum majus $\alpha X = a$, intervallum minus $M X = b$, numerus quæsitus mutationum vicium majoris extremi, seu numerus, in quem ducendum est intervallum majus αX , ut habeatur spatium quæsitum, dicatur x , & numerus vicium, quibus alter priorem debet excedere, dicatur n . Erit $a x = b x + n b$, adeoque $a x - b x = n b$, & $x = \frac{n b}{a - b}$. Nempe ut differentia intervalli vicium ad intervallum minus, ita numerus vicium datus, quo minoris intervalli radius excedere debet alterius vices, ad numerum vicium quæsitum, quas alter mutabit, five ad numerum, in quem ducere oportet intervallum majus, ut habeatur spatium quæsitum.

56. Diximus jam intervallum $M X$ ad intervallum αX esse, ut 6300 ad 6814: unde si ponatur $1 = 100$, $a = 6814$, $b = 6300$, erit $a - b = 514$, adeoque $\frac{n b}{a - b} = 1225$, 68 docebit, quoties mutare vices debeat indico confinis violaceus, ut violaceus extremus 100 vicibus illum præeat, seu quoties fu-

mi debeat intervallum majus αX , ut spatium habeatur, in quo intervallum minus $M X$ contineatur centies magis, quam alterum. Notandum autem, quid illa fractio $0,68$ integro numero adjecta significet. Illud nimirum, neutrum ex iis extremis violaceis radiis mutaturum dispositionem quodam intervallorum numero accurato, dum posterior priori 100 intervalla addit, ut ipsi ordinata facilitatem exprimens ejusdem magnitudinis respondeat, cujus initio respondebat, sed habiturum facilitatem expressam per ordinatam, quæ a priore distet per $\frac{68}{100}$ unius intervalli. Sed in quacumque fuerint extremi radii dispositione, manifestum est, plurimos ex intermediis eandem quamcumque facilitatis magnitudinem mutaturos numero accurate pari, plurimos alios accurate impari, adeoque plurimos fore in vice facilioris reflexionis, plurimos alios in vice facilioris transmissus, & eorum copiam horum copiarum ad sensum æqualem fore, quæ ipsa est causa, cur in lumine regulariter five reflexo, five transmissa a laminis crassis æqualis omnium colorum mixtura habeatur illi, quæ habebatur ante ingressum, & nullus color a radio albo progenitus oriatur.

57. Nec vero est ingens spatium illud, quod continet intervallum αX invento vicium numero. Diximus jam intervallum isto majus X in confinio aurei, & flavi non excedere $\frac{1}{178000}$ partem unius unciae. Unde si hoc ipsum intervallum ducatur in 1225 , adhuc habebitur spatium minus $\frac{1}{45}$ parte unius unciae. Sed & abunde fecimus, cum ad habendum æqualem ad sensum unius ejusdem generis radiorum numerum in utraque dispositione contraria, spatium quæxivimus, in quo unius extremi vices essent centies plures, quam alterius; cum ad idem obtinendum pro omnibus simul generibus excessus quoque multo minor possit satisfacere, ut deinceps constabit.

58. Notandum præterea & illud, quod cum lumen compositum in ipsas incidit lamellas coloribus exhibendis idoneas, adhuc in his casibus, quamvis fieri possit, ut in appulsu ad posteriorem superficiem unus sit in intervallo facilioris reflexionis, alter maxima ex parte in intervallo facilioris transmissus, vel viceversa, nunquam tamen fiet, ut unus sit totus in uno, alter totus in altero. Nam ne in violaceis quidem, & rubeis id continget, quamvis intervalla vicium habeant maxime inæqualia; ad id habendum requireretur in rubeo, qui est aureo conterminus, intervallum duplum intervalli violacei indico contermini. Tum enim si omnes rubei, & violacei in ingressu in quandam lamellam essent in initio dispositionis ejusdem, ubi jam rubeus ille, toto suo intervallo percurso inciperet esse in contraria dispositione, adeoque ut cæteri cum illo rubei, qui majus intervallum habent, jam ad contrariam dispositionem transissent, ille violaceus percurfis binis suis intervallis inciperet recuperare dispositionem illam primam, ad quam violacei reliqui minus intervallum habent, regressi essent, adeoque omnes violacei jam iterum haberent illam primam, omnes rubei adhuc secundam contrariam. Verum non modo illius rubei intervallum non est duplum intervalli illius violacei, sed ne extremi quidem rubei intervallum duplo est majus extremi violacei intervallo, ut patet ex num. 39.

59. Ac de vicium quidem ipsarum natura, & indole satis multa diximus. Poscebat tamen hanc prolixitatem obscuritas, qua ex nobilissimis totius physicæ partibus ea una apud Auctorem suum laborat, & quam ea fortasse de causa omnes, quos viderimus, Elementorum Physices Scriptores aut prætereunt omnino, aut nonnisi leviter attingunt. Nunc cætera erunt multo facilio-
ra, ut subinde constabit, postquam reliqua de vicibus theorema-
ta necessaria exposuerimus.

T H E O R E M A II.

In radiis unius, & ejusdem generis emergentibus in quovis angulo e quavis refringente superficie in quodvis unum idemque medium, intervalla sequentium vicium facilioris reflexionis, & facilioris transmissus sunt vel accurate, vel quam proxime ut rectangulum secantis anguli refractionis, & secantis alius cujusdam anguli, cujus sinus sit prima e 106 arithmetice mediis proportionalibus inter sinum incidentiæ, & sinum refractionis incipiendo a sinu refractionis.

60. Constat ex numero 31, & sequentibus. Ibi enim docuimus, quod si radius unius certi generis IR (in Fig. 7) oblique incideret in aeris lamellam AB , & esset DIL angulus incidentiæ, FIL angulus refractionis, angulus vero inter hos medius EIL angulus ille, cujus sinus sit inter sinus illarum prima e 106 mediis arithmetice proportionalibus, ac demum profunditas IK intervallum illud, quo decurso, radius incidens ad perpendiculum reflectebatur ad dati ordinis annulum efficiendum; erat profunditas IL , quæ requirebatur ad eundem effectum præstandum, cum radius subiret novum medium sub angulo refracto LIF , ad priorem IK , ut secans anguli EIL ad sinum totum R : hoc est, $IL. IK :: \sec. EIL. R$. Porro si ejusdem ordinis annulum exhibet radius reflexus in F , quem exhibuisset reflexus in K , totidem continentur intervalla vicium in semita obliqua IF , quot in directa IK ; ac proinde intervallorum magnitudines sunt in ratione ipsarum IK, IF . Cum sit ergo $IK. IL :: R. \sec. EIK$, & $IL. IF :: R. \sec. FIL$; erit utique $IK. IF :: R + R. \sec.$

$E I L \propto \sec. F I L$. Et quoniam manentibus mediis a superficie diremtis, & manente radiorum genere, manet præter finum totum R primus terminus $I K$, patet, mutatis obliquitatibus intervallorum, magnitudines fore ut $\sec. E I L \propto \sec. F I L$. Q. E. D.

T H E O R E M A III.

In radiis diversorum generum, qui jacent in colorum confinis, emergentibus in æqualibus angulis e quavis refringente superficie in unum idemque medium; intervalla sequentium vicium facilioris reflexionis, & facilioris transmissus sunt vel accurate, vel quam proxime, ut radices cubicæ quadratorum longitudinum chordæ, quæ sonent notas illas musicas in octava progrediente per tertiam minorem & sextam majorem; & rationes his intermedias sequuntur radii, qui coloribus respondeant intra eos limites constitutis.

61. Propositio patet ex his, quæ diximus in num. 34, 35, & seqq. cum hæc intervalla eadem sint, atque illæ profunditates, ac ulteriori non indiget explicatione.

T H E O R E M A IV.

Si radii unius cujusvis generis transeant ex quavis data refringente superficie in diversa media ad perpendicularum; intervalla vicium facilioris reflexionis, & facilioris transmissus in quovis uno medio erunt ad earundem interval-

la in alio quovis medio, ut sinus incidentiæ ad sinum refractionis radiorum transeuntium e primo medio in secundum.

62. Hoc quoque abunde intelligitur ex num. 34. Notandum est autem, quod ex hoc theoremate innotescit etiam relatio magnitudinis eorundem intervallorum in medio quovis antecedenti, & subsequenti, si per ea radius trajiciat in directione ad superficiem refringentem normali. Nam si ex una parte transeat ex vitro in vitrum, ex alia parte ex. gr. ex vitro in aerem, ibi quidem manent eorum intervallorum magnitudines, hic vero eadem magnitudines sunt ad illas, ut sinus incidentiæ ex vitro in aerem ad sinum refractionis; ac proinde superioris theorematis est casus quidam particularis sequens corollarium. *Si radii uniuscujusque generis transeant ad perpendicularum ex uno medio in aliud, intervalla vicium in priore medio ad intervalla vicium in posteriore sunt, ut sinus incidentiæ in illo transitu ad sinum refractionis.* Inde autem plura facile colliguntur tum ex ipso theoremate, tum ex hoc ejus corollario. Pauca indicabimus.

63. Primo quidem ejusdem radii ex eodem medio transeuntis ad perpendicularum in idem medium, intervalla possunt diversa esse. Fingamus enim radium cujusdam generis cum datæ cujusdam magnitudinis intervallo primo quidem deferri ad vitrum in angulo recto, tum in obliquo, & in utroque casu deinde in angulo recto emergere in novum medium; ut in aerem. Fient per theor. 2. in vitro intervalla inæqualia in ratione, quam habet quadratum sinus totius, ad factum ex illis secantibus. Quare cum per hoc theor. 4. intervalla in vitro binorum horum casuum ad intervalla in novo medio eandem rationem habeant, inæqualia itidem erunt in novo medio, licet in ipsum idem ille ejusdem gene-

ris radius ex eodem vitro in eodem angulo recto in utroque casu tranſierit. Porro hoc discrimen haberi non poterit, niſi in aliquod e præcedentibus mediis idem radius in diverſis angulis ingreſſus ſit. Quin immo facile deducitur ex corollario hujus quarti theorematis, radium ejusdem generis in dato quovis medio habiturum ejusdem ſemper magnitudinis intervalla, ſi in aliquo medio habuerit eadem, & inde per quotvis utcumque diverſa media tranſierit ſemper ad perpendicularum, fore autem in eo caſu breviora in mediis majore vi præditis, quam in mediis præditis minore vi. Deducitur primum ex eo, quod ratio primi ſinus ad poſtremum componitur poſt quocumque media ex omnibus intermediis rationibus; ſecundum ex eo, quod ſinus anguli refracti minores ſunt pro mediis majore vi præditis.

T H E O R E M A V.

Si radii, qui exhibent colorem in conſinio flavi, atque aurei interjacentem, tranſeant ad perpendicularum e vitro in aerem, intervalla vicium ſuarum facilioris tranſmiſſus, & facilioris reflexionis ſunt 178000^{ma} pars unius unciae.

64. Conſtat ex num. 44. Ejusmodi enim intervalla dicimus, quæ ſunt lumini percurrentia, ut a maxima ad transmittendum facilitate tranſeat ad maximam facilitatem oppoſitam. Newtonus, ut jam monuimus, poſuit hoc intervallum duplo majus, quia ſignificabat hoc nomine ſpatium interjectum inter duas quolibet cognomines vices.

T H E O R E M A VI.

*Si radii cujusvis generis incidentes in superficiem politam
 medi pellucidi reflectantur, vices facilioris reflexionis,
 quas hi habent in puncto reflexionis, revertentur usque
 continuis vicibus, earumque intervalla in spatio, per
 quod resiliunt a puncto reflexionis computata, erunt in
 progressionem arithmetica numerorum parium, 0, 2, 4, 6,
 &c.; intervalla vero vicium facilioris transmissus erunt
 in progressionem numerorum imparium 1, 3, 5, 7, &c.*

65. Etenim cum istæ dispositionum mutationes perpetuæ
 fuerint, ut diximus, & uberius etiam ex dicendis constabit, eæ-
 que fuerint in causa, cur lumen cum his adveniens ad eam super-
 ficiem reflecteretur potius, quam transmitteretur, nihil profecto
 est causæ, cur ibi statim cessare debuerint. Si autem in ipso ap-
 pulsu ad superficiem reflectentem, ubi hoc intervallum erat = 0
 erat in vicibus facilioris reflexionis, erit in iisdem in intervallis 2,
 4, 6, 8, &c., eritque in dispositione contraria in interjectis inter-
 vallis 1, 3, 5, 7 &c. contra, quam contingit, ubi hæ vices pro-
 pagantur a superficie refringente.



T H E O R E M A VII.

Intervalla vicium facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, quæ propagantur a puncto reflexionis in quodvis medium, æqualia sunt intervallis similium vicium, quas habuissent radii, si refracti fuissent transeundo in idem medium sub angulis refractis, qui angulis illis reflexis æquales essent.

66. Constat id ex supra relatis experimentis. Nam lumen reflexum ab inferiori tenuis lamellæ superficie liberrime deinceps egrediebatur per primam superficiem ad annulos illos coloratos efficiendos, qui quidem nitidiores etiam erant, quam quos transmissum lumen efficiebat. Radius igitur NO , (*in Fig. 6,*) qui ad aerem appellens in N fuerat in vicibus facilioris transmissus, atque exinde appellens ad punctum O fuerat in vicibus facilioris reflexionis, ubi iterum rediit ad priorem superficiem in n percurso spatio On iterum fuit in vicibus facilioris transmissus: id quod non semper contingeret, si intervalla vicium a puncto reflexionis O propagata ad punctum usque emersionis n non essent æqualia tum magnitudine, tum numero intervallis vicium, quæ a puncto immersionis N ad punctum reflexionis O intercesserunt. Sunt igitur intervalla vicium a puncto reflexionis O computata eadem, quæ fuissent, si radius in puncto O ingressus esset hoc medium incedens in recta On , quæ est radii reflexi femita. Et quoniam est angulus $BO N$, ac proinde & reflexus $BO n$ æqualis angulo refracto $ON K$, radiorum autem unius ejusdemque generis sub eodem angulo refracto ex eadem refringente superficie in idem medium incidentium eadem sunt intervalla sequentium vicium, patet hæc intervalla in radio reflexo On ejusdem fore magnitudinis,

qualis fuissent, si in puncto O subiisset hoc idem medium sub angulo refracto, qui $n O B$ reflexo æqualis esset.

67. Atque hinc etiam præcedens confirmatur propositio. Etenim si post æqualia spatia $O N$, $O n$, & æqualia vicium intervalla decursa radius, qui ab N ad O progrediens erat in vicium numero impari supputatis utique vicibus ab N ad O in progressionem arithmetica $0, 1, 2, 3, \&c.$ atque ex eo factum est, ut reflecteretur; cum idem a puncto O ad n æqualium vicium æquali numero confecto fuerit in vicibus facilioris transmissus, necessario sequitur, ut vices e puncto reflexionis O in eadem progressionem supputatæ sint vices facilioris transmissus in quovis numero impari, & facilioris reflexionis in numero pari, ac proinde vices a puncto reflexionis supputatæ in ordine contrario progrediantur, atque eadem vices supputatæ a puncto refractionis.

68. Sed & hæc, & superior propositio uberius ex sequentibus constabit, ubi agemus de crassarum laminarum coloribus. Nunc hujus theoriæ fructum uberrimum per sequentis problematis solutionem colligemus.

P R O B L E M A II.

*Data crassitudine, & densitate cujusvis lamellæ pellucidæ,
& data radiorum incidentium inclinatione, invenire
colorem.*

69. **E**legantissima constructione, & facile jam ex supra expositis intelligenda hoc problema solvit Newtonus. Eam hic proponemus paucis mutatis, pro diversa acceptione, in qua vicium intervalla sumimus: tum rationem adjiciemus, qua constructioni calculus sit adhibendus, ut certo definire liceat, quis

esse debeat lamellæ color, cujus densitas, seu potius vis refractiva & altitudo detur, data obliquitate luminis incidentis.

70. Super recta $G X$ (*in Fig. 8*) divisa ea ratione, quam diximus num. 39. erigantur ad singula divisionum puncta G, λ, ι, η , &c. perpendiculares lineæ $GA, \lambda\mu, \iota\kappa, \eta\theta, \varepsilon\zeta, \gamma\delta, \alpha\beta, MF$: tum assumpto ad arbitrium intervallo quolibet $M I$, dividatur linea MF in partes eidem æquales, quæ progrediantur ab M ad F in serie numerorum naturalium $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$, &c. & per omnes divisiones, in quibus numeri impares occurrunt, ducantur ex X rectæ lineæ XB, XC, XD , &c. quarum prima occurrat rectis $\alpha\beta, \gamma\delta, \varepsilon\zeta, \eta\theta, \iota\kappa, \lambda\mu$ in $\upsilon, \tau, \sigma, \rho, \nu, \pi$, secunda vero rectæ $\iota\kappa$ in ξ . Erit $MX. XG :: MI. GB$, & $MX. XG :: M_3. GC$, & sic de reliquis. Et rursus $MX. MI :: X\iota. \nu$, & $MX. X\iota :: M_3. \xi$, & sic deinceps. Quapropter manifesto apparet, quod si recta linea MI exprimat illud intervallum, quod ubi fuerit emensus radius extremus violaceus, postquam inciderit ad perpendiculum in datum aliquod medium in M transiit a vice maximæ facilitatis transmissionis ad facilitatem maximam reflexionis, erit GB intervallum illud in extremis rubeis, $\lambda\pi$ in confinio aurei, & rubei, $\iota\nu$ in confinio aurei & flavi, $\eta\rho$ in confinio flavi, & viridis, $\varepsilon\sigma$ in confinio viridis, & cærulei, $\gamma\tau$ in confinio cærulei & indici, $\alpha\upsilon$ in confinio indici, & violacei, & denique omnes rectæ ad $G X$ normales, & his intermediae expriment idem intervallum pro quolibet intermedio cujusvis generis radio. Idem dicatur de reliquis omnibus spatiis sive facillimi transmissus, sive facillimæ reflexionis. Nam si intervallum M_5 fuerit illud, ubi extremus violaceus tertio redit ad vices facillimæ reflexionis, intervallum GD spatium definiet, ubi tertio redit ad vices facillimæ reflexionis extremus rubeus; & si post spatium emensum M_6 erit jam quarto extremus violaceus in vice

facilli-

facillimi transmissus, in vice confimili erit extremus rubeus intervallo $G \Sigma$, determinato puncto Σ per concursum rectæ ductæ per X & ϕ cum recta GA , & sic de reliquis; quamvis enim per intervalla vicium paria a puncto X non sint ductæ rectæ lineæ, ne confusio oriretur in figura, facile tamen easdem cogitatione quis supplebit. Sed quoniam, uti in superioribus declaravimus, lumen ab una vice ad aliam non transit per saltum, sed per gradus, iterum dividantur singula intervalla in duas æquales partes in ϕ , & ω , & per ea quoque divisionum puncta ducantur ex X rectæ $X \phi$, $X \omega$, quarum intersectiones cum lineis perpendicularibus GA , MF , & omnibus intermediis limites definient, in quibus cujuslibet coloris extremi radii, & gradus quilibet colorum inter hos extremos intercepti esse incipiant, & definant in vicibus facilioris reflexionis, & contra.

71. Hos autem limites prædictæ rectæ lineæ definient aut accurate, aut quam proxime, quia fieri potest, ut hæc exiguam aliquam patiantur irregularitatem, quemadmodum diximus de intervallis $I'F'$, $F'I''$ (in Fig. 9) quæ sunt illa ipsa, quæ hic exhibent intervalla $\phi \omega$. Imo eadem rectæ lineæ referent etiam non solum limites inter intervalla facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, sed etiam limites inter intervalla absolutæ reflexionis, & absoluti transmissus, si lamella constet ex materia ita comparata cum medio circumjacente, ut ex radio appellente, ad superficiem dirimentem fere tantundem reflectat, quantum transmittit, quod videtur contingere in quibusdam angulis ad superficiem dirimentem vitrum ab aere: nam si majus sit densitatum discrimen vel inclinatio, quo casu multo major copia reflectitur, & $\phi \omega$ exprimere debeat intervallum non facilioris reflexionis, sed absolutæ reflexionis, $\omega \phi$ transmissus; debet laxari aliquan-

P. Benvenuti de Lumine

tum quodvis intervallum $\circ \omega$, contracto quovis $\omega \circ$; contra vero hoc laxari, illud contrahi, ubi mediorum discrimen minus sit, aut inclinatio minor, adeoque minor reflexi luminis copia. Et quidem in ipso vitro cum aere comparato aliqua ejusmodi inæqualitas videtur esse in ipsis posterioribus intervallis respectu præcedentium, cum latitudines annulorum in prima serie per reflexionem non nihil latiores Newtonus deprehenderit, nisi forte cuiuspiam alteri causæ idem tribuendum sit. Una ex ejusmodi causis esse posset etiam illa, quod uno in casu plus luminis irregulariter reflecteretur, ac refringeretur, quam in alio. Jam enim etiam supra num. 10 notavimus, quotiescumque mutatur medium, semper aliquid luminis irregulariter reflecti, ac refringi quaquaversum in omnem plagam. Porro est admodum probabile id ipsum accidere iis radiis, qui sunt circa ipsos limites intervalli reflexionis, & refractionis absolutæ. Ut enim a dispositione facilioris reflexionis ad faciliorem transmissum non transitur in quodam puncto per saltum, sed mutatione continua expressa per ordinatas ad curvam illam continuam (*Fig. 9*), quæ ordinatæ per omnes magnitudinis gradus decrescunt motu continuo, ita etiam, ubi mediorum inæqualitas, & inclinatio determinat limitem intervalli absolutæ reflexionis, & absoluti transmissus ab ingenti numero radiorum regulariter reflexorum, ad ingentem numerum regulariter refractorum transitur per omnes illos, qui irregulariter reflexi, & refracti omnem intermedium hiatum implent, Natura ubique, quantum potest, fervante continuitatem. Porro fieri potest, ut ipsa dispersi luminis copia in minore crassitudine major sit, in majore vero minor.

72. Sed eo omisso, posita superiore constructione facile erit colorem definire, quem sit exhibitura lamella quævis pellucida, cujus detur profunditas, & vis refringens ad aeris vim re-

fringentem comparata, five radii incidant ex data quavis refringente superficie in hoc novum medium ad perpendicularum, five in data aliqua obliquitate. Nam definita intervalli v magnitudine pro radiis flavo, & aureo colori confinibus in aerem incidentibus ex vitro ad perpendicularum, definitur, ut diximus, pro eodem casu etiam in reliquis limitibus GB , $\lambda\pi$, $\eta\rho$ &c, & pro quibuslibet intermediis ex ratione, quam habent ad rectam IX rectæ $G X$, λX , ηX &c, quarum rationem sequuntur illa intervalla ob triangulorum similitudinem. Ubi autem eadem intervalla vicium definita sunt in aere, definiuntur per theor. 4, ejusque corollarium pro radiis pariter ad perpendicularum incidentibus in quodvis aliud medium, si detur ratio sinus incidentiæ ad sinum refractionis ex aere in hoc ipsum medium; & demum ex iisdem datis pro radiis incidentibus ad perpendicularum, dabuntur pro iisdem incidentibus in idem medium sub angulo quovis per theor. 2.

73. Data igitur lamellæ profunditate, medii ea conclusi relatione ad medium circumjacens, ac obliquitate radii ingredientis primam lamellæ superficiem, inveniatur in ea numerus vicium, quem subit radius extremus, violaceus ad posteriorem ejus superficiem appellens, & ex eo numero definiatur rectæ MF segmentum $M\phi'$ eidem lamellæ crassitudini respondens. Tum applicetur ad punctum ϕ' regula in situ ad rectam $G X$ parallelo, & notentur puncta f, b, d, e, g, h, i , in quibus norma intersecat rectas normales GA , $\lambda\mu$, $\iota\kappa$, $\eta\theta$, $\epsilon\zeta$, $\gamma\delta$, $\alpha\beta$, & reliquas colorum limitibus respondentes; quarum enim intersectiones cum ipsa norma jacebunt intra limites facilioris reflexionis oo , $\omega\omega$ (sumptis hisce rectis ordine, quo ab MG receditur) eæ docebunt coloris sibi correspondentis radios reflecti copiosius, quam reliquos, eoque copiosius, quo & minus absunt a maximæ facilitatis limite per numerum imparem transeunte, & segmentum quodvis

rectæ $f\phi$ interceptum ipsis oo , $\omega\omega$ eodem ordine acceptis, ostendet, quæ quorumvis colorum quantitas reflecti debeat. Eadem ratione segmenta ejusdem rectæ $f\phi'$ contenta inter rectas $\omega\omega$, oo eodem ordine assumptas ostendent, quæ & quorum colorum copia transmitti debeat; & ex resolutione problematis propositi num. 20, quo data colorum permixtorum quantitate, invenitur color compositus inde ortus, determinari poterit, quinam futurus sit datæ lamellæ color, five lumine inspicitur reflexo, five transmissio. Sic in casu, quem hic figura exprimit, transmittitur totum lumen rubeum tractu fb , & totum aureum tractu bd , una cum flavi parte exigua prope limitem d tractus de , totum item indicum tractu bi , & violaceum tractu $i\phi$; reflecti totos cæruleum, ac viridem per tractum gk , eg , ac totum fere flavum per de . Unde ex ipsa eorum segmentorum consideratione deducitur, debere in lumine reflexo prævalere maxime radios virides, ac deinceps cæruleos, & flavos, in transmissio vero rubeos, & violaceos, ac deinceps aureos & indicos. Ex illis color orietur procul dubio viridis, ex his rubeus nonnihil in purpuram convergens.

74. Atque horum quidem aliquanto magis accurata determinatio calculum poscit. Sed antequam doceamus, quomodo constructioni is sit adhibendus, ad Theoriæ utilitatem, & elegantiam melius dignoscendam juvat unum ex simplicioribus colorum phænomenis ad ejusmodi exiles lamellas pertinentibus ex Newtono exponere, cujus rationem sine his reddere omnino esset impossibile, ex his autem facillime quivis intelliget.

75. Duo ille cepit objectiva vitra, alterum plano-convexum ad telescopium 14 pedum, alterum utrinque convexum ad telescopium pedum circiter 50. Cum planam alterius superficiem huic imposuisset, lenta manu eadem ad invicem comprimebat, & comprimendo notabat colores alios aliis succedere ad instar circulorum centrum habentium in puncto contactus, aut quod vulgo putatur conta-

ctus punctum. Cur hanc exceptionem adhibeamus, ex superioris diei disputatione facile intelligitur, & hæc ipsa phænomena mox declarabunt. Nunc ratio, qua sibi colores ejusmodi succedebant in centro, erat ejusmodi. Ubi primum ex vitrorum compressione rotunda macula in eo puncto centrum habens se videndam dedisset, ea per auctam pressionem non ita novo suborienti colori paulatim cedebat locum, ut evanesceret, sed in orbem se perpetuo diffundens, ubi ille tantus erat, ut in oculum incurreret, tum demum in annulum abibat huic novo colori circumjectum. Continuata pressione dilatabat sese & iste annulus, & ille color annulo inclusus, donec tertius color in centro emergeret, & jam secundus quoque in annulum abiret novæ maculæ, & priori annulo interjectum. Atque ita porro continuata pressione tertius, quartus & alii plures novi colores in centro emergebant, continuo sese explicantibus in majoris diametri annulos coloribus, qui prius emerferant, quamvis eorum latitudo continuo magis contraheretur: donec in ipso centro non jam color aliquis, sed macula appareret pellucida, quæ nigra etiam intuenti videbatur propterea, quod cum ex partibus circumjectis plurimi radii reflecterentur, inde fere omnes trajiciebantur. Hinc si quis e contrario vitra transpiceret, albam ibidem maculam pro nigra conspiciebat, & objecta, quibus vitra interponebantur, distincte poterat per eandem intueri, cum per alias partes, quæ annulis coloratis respondebant, non posset.

76. Ordine inverso redibant ad centrum colores, cum paulisper pressio remitteretur. Deficiente enim macula nigra, ejus locum subibat intimus annulus in maculam abiens rotundam continuam, & eodem ferme colore ab extrema usque peripheria ad centrum. imminuta adhuc pressione contrahebat sese & ista macula, & annulorum sequentium diametri, donec & illa evanesceret, & horum intimus ipsius locum occuparet: atque ita porro, ut quisque co-

lor posterior reliquis e centro emerferat, annulum efformaverat interiorem, cum vitrorum augeretur compressio, ita nunc prior ad centrum redibat cum pressio minueretur.

77. Quinam fuerit colorum sibi invicem succedentium ordo, facilius dignoscebatur in hoc casu, cum paullatim contracti redibant ad centrum ob auctam intervallorum magnitudinem, quam cum ob eandem imminutam e centro emergerent. Cum autem macula nigra circa punctum contactus sese diffunderet, tales erant circa eandem colorum series. Maculae in centro nigrae proximae successerunt in prima serie colores caeruleus, albus, flavus, rubeus; in secunda violaceus, caeruleus, viridis, flavus, & rubeus; in tertia purpureus, caeruleus, viridis, flavus, rubeus; in quarta viridis, rubeus; in quinta caeruleus viridescens, & rubeus; in sexta caeruleus viridescens, & rubeus pallescens. In septima caeruleus viridescens, & albus rubescens. Et hi quidem colores lumine reflexo conspiciebantur. At ubi quis eadem vitra lumine transmissio aspiciebat, colori nigro albus respondebat in prima serie, caeruleo rubeus flavescens, albo niger, flavo violaceus, rubeo caeruleus, violaceo albus; in secunda serie caeruleo rubeus suberat, viridi, & flavo violaceus, rubeo caeruleus, atque ita porro.

78. Nec tamen eadem erat colorum eorundem, in quacumque serie occurrerent, species, aut amplitudo. Violaceus in prima serie discerni omnino non potuit, & caeruleus erat adeo exiguus, ut facile in experimentis alia ratione institutis delitescere potuerit. At flavus, & rubeus satis erant copiosi, & tantundem spatii occupare videbantur, quam albus, quadruplum nempe, aut fere quintuplum illius, quod caeruleus occupabat. Verum in secunda serie omnes colores erant satis vividi (excepto viridi, qui & perexiguus erat, & multo etiam languidior, dilu-

tiorque videbatur) & spatium occupabant cæruleus majus, quam violaceus, flavus majus, quam cæruleus, rubeus majus, quam flavus. In tertia ferie purpureus nitidius fulgebat, quam violaceus in præcedenti; at viridis multo erat magis, quam antea floridus, & conspicuus nulli cedens colori reliquorum, excepto flavo, qui omnibus præstabat, cum rubeus contra languidior esset, & in purpuram convergeret. Quarta series non alios spectandos intuenti dabat colores, quam viridem, & rubeum: viridis copiosus erat admodum, atque floridus accedens ad cæruleum ex altera parte, ad flavum ex altera; at rubeus valde erat imperfectus, & nubilus. Quæ his demum succedebant series, alios non habebant colores, quam medium inter viridem, & cæruleum, & rubeum; sed tum rubeus color, tum ille inter viridem & cæruleum medius continuo fiebant dilutiores, donec post septimam, aut octavam seriem plane in ipsam albedinem abirent. Hæc totidem pene verbis ex Newtono retulimus, ut jucundius paulo post intelligatur, hæc omnia necessario consequi ex vicium natura exposita.

79. Jam manifestum est eos colores exinde ortos esse, quod pro varia aeris inter hæc vitra intercepti profunditate, alii aliis copiosius radii trajicerentur, vel reflecterentur, neque enim alia causa fieri potuit, ut pro varia vitrorum compressione, alii post alios e centro emergerent, & ab eodem recederent, vel e contrario ad centrum accederent, & in ipsum denique confluerent, quam quod ea compressione aucta minuebatur prope contactum altitudo aeris illa, qua fiebat, ut certi generis radii copiosius reflecterentur, & ad loca transferebatur ab eo puncto remotiora; & quod eadem compressione imminuta, augebatur ubique aeris profunditas, ut jam ea esset in locis contactui proximioribus, & in ipso contactu, quæ fuerant in remotioribus, ac proinde, qui in his radii reflectebantur, ii jam inciperent in illis reflecti. Sed & illud

ex his manifesto constat, quod propositam in superioris diei disputatione Theoriam mirifice confirmet: vitra non se contingere accurate, ne tunc quidem, cum se maxime videntur contingere. Nam ubi alterum alteri superpositum esset, non continuo macula nigra exorta est in centro (uti tamen oportebat, si se contigissent in uno quidem puncto accurate, in aliis vero circumpositis quam proxime), sed color aliquis, qui denotaret aeris lamellam vitris fuisse in eodem loco interjectam: & rursus cum ea vitra comprimerentur, ut videlicet se jam contingerent in pluribus punctis quemadmodum vulgo creditur, ne tunc quidem macula nigra exorta est, vel dilatata, sed alii post alios colores per plures vices emerferunt, ut manifestum sit, ea compressione nihil aliud tum esse factum, quam ut aeris intercepti crassitudo minueretur. Ino cum ad hoc, ut mutatio medii inutilis fiat ad habendam reflexionem, non requiratur, ut nulla sit, sed satis sit, ut ultra certos limites, ac dimensiones minuatur ejus novi medii profunditas, ne tunc quidem necesse fuit, ut se vitra contingerent, cum macula nigerrima in annulorum centro apparebat.

80. Sed ut id, quod hoc loco propositum nobis est, prosequamur, hunc esse debuisse colorum sibi mutuo succedentium ordinem, facile intelligetur ex sola ferme inspectione (*Fig. 8.*) si normam quis consideret, quæ in situ sibi semper parallelo transferatur a recta *G X* motu continuo versus *A*, & *F*; spatia enim inter ipsum normæ latus, & rectam eidem parallelam *G X* intercepta, ut expriment continua incrementa lamellæ aeris inter vitra interceptæ, ita & colores designabunt, qui vices alternatim subibunt facilioris reflexionis, vel facilioris transmissus, & ex his constabit talem compositionem emergere in reflexo, aut transmissio lumine, qualem prædictus ordo requirebat.

81. Nam primo quidem quamdiu norma primum punctum $\circ$ ipsi M proximum non attigerit, nulli sunt radii, qui, quam habebant in MG ad transmissum facilitatem, mutaverint in oppositam dispositionem, cum nondum ipsi violacei tantum in novo medio spatium confecerint, quantum ad immutandam ipforum vicem requiritur. Itaque cum omnes in ea sint dispositione, in qua cum essent in limite GM , potius transmissi sunt, quam reflexi, idem per totum intervallum $M\circ$ continget, & si majorem non habeat lamella pellucida profunditatem, nullam lucem, quæ sensu quidem percipi possit, reflectet, & nigra videbitur, seu potius perfecte diaphana. Verum cum a reflexione nulla ad aliquam sensibilem transitus non fiat, nisi per omnes gradus intermedios, hinc ante aliquam reflexionem, quæ lumen sensibile exhibeat, reflexiones fient ejusmodi, quæ non luminis, sed nigredinis, minus tamen obscuræ, & atræ ideam excitent. Quamobrem varii itidem habebuntur nigredinis gradus. Summa nigredo erit in minima crassitudine prope M , quæ aucta crassitudine ipsa dilutior aliquanto evadet, ac ultra ipsum intervallum $M\circ$, donec ad sensibile lumen deveniatur, habebitur quædam nigredo sensim languidior. Sic etiam in iis bullis, quas pueri solent educere ex aqua crassiore per fistulam, & in qua, dum sensim illa velut cuticula per aquæ defluxum attenuatur, eadem colorum series emergunt; in summo vertice, ubi summa habetur tenuitas, macula apparet nigra, intra quam tamen aliæ nigriores adhuc maculæ dispersæ conspiciuntur, ubi nimirum cuticula, sive lamella aquæ aliquanto tenuior adhuc pauciores radios reflectit.

82. Quamvis autem ultra punctum $\circ$ progrediente norma jam violacei esse incipiant in limite facilioris reflexionis, tamen ob exiguam inclinationem rectæ $\circ\circ$ ad MF non prius attinget norma limitem illum, ubi eorum reflexio sensibilis esse incipiat, quam

& indici simul, & cærulei, & virides, & ex flavis plurimi easdem vices subeant, ex quorum compositione color cæruleus obtinebitur. Erit quidem aliqua in his successio, sed adeo celer, ut unus intermedius color sentiat, & hic ipse evanescet post admodum exiguum intervallum, cum rubeis etiam, & aureis accedentibus, nec tamen adhuc decedentibus reliquis, albedo incipiat obtineri. Hæc maxima erit, ubi norma rectam n^b interfecet in p , cum ibi maxima fit ad reflexionem facilitas in radiis intermediis, qui tamen cum reliquis omnibus commixti esse debent tota norma inter rectas $o o$, $\omega \omega$ demersa, deinde vero albedo minuetur fere per eosdem gradus, per quos antea creverat, donec primum punctum ω rectæ $M F$ prætergressa norma jam aliquos colores in limite facilioris transmissus relinquat. Exinde enim aliis post alios radiis decedentibus oritur iterum colorum successio, sed magis, quam antea distincta ob majorem inclinationem rectæ $\omega \omega$, quam $o o$ ad rectam $M F$.

83. Ac primo quidem sublatis radiis violaceis, & indicis, nec non aliquibus cæruleis, transitus fiet ab albedine subobscura, & nubila ad colorem flavum; deinde sublatis quoque viridibus aureus emerget; ac demum & flavis, & aureis paulatim sublatis rubeus. Hinc facile apparet violaceum, & viridem colorem in prima hac colorum serie idcirco se videndos non dare, quod nusquam sint in satis sensibili reflexionis limite, quin secum alios habeant, ex quorum compositione in sui dissimilem colorem degenerent. Idem intelligendum de indico, & partim etiam de aureo, quorum uterque in sibi affines cæruleum, & flavum tam cito migrant, ut ne in sequentibus quidem seriebus ab illis satis discerni possint.

84. At in secunda serie, ob auctam magis inclinationem rectarum $o o$, $\omega \omega$, intercipiet norma totum lumen violaceum in

fatis forti reflexionis limite, antequam vel totum indicum ad vicem reflexionis redierit, eademque ita hærebit in viridi, ut limitem inveniat, in quo color iste a confinibus non obruatur. Aderunt ergo in hac serie hi colores etiam, qui aberant a præcedenti; sed quoniam extrema rubei pars persistet in reflexionis limite, cum tertiæ seriei violaceum incipiet reflecti, rubeus secundæ color in coccineum definet, & violaceus tertiæ migrabit in purpuram.

85. Ob eandem rationem deerit in quarta præter violaceum etiam cæruleus, qui nonnisi viridi commixtus apparebit, & continuando motum normæ, ubi jam crassitudo, & rectarum $\circ \circ$, $\omega \omega$ inclinatio satis excreverint, planum fiet ex omni demum radiorum genere aliquos esse, qui reflectantur, aliquos, qui transmittantur, ut omnis demum color evanescere debeat in albedinem.

86. Quæ de coloribus a lumine reflexo exhibitis dicta sunt, ad eos facile transferuntur, qui transmissio lumine apparent ordine contrario, ut patet. At si hæc accuratius definire quis velit, calculum constructioni adhibebit hoc pacto.

87. Datam in primis lamellæ pellucidæ profunditatem oportet dividere per quantitatem, quæ uni vicium intervallo in extremis violaceis respondeat. Si divisio obvenerit accurata, definet lamella in eam altitudinem, in qua violacei extremi sint in alterutrius dispositionis limite maximo, reflexionis nempe aut refractionis, prout quotus fuerit numerus, par aut impar. At si divisio non fuerit accurata, tum quotus integer dabit, ut prius, alterutrius dispositionis limitem maximum, quem proxime subeunt radii, antequam lamellæ fundum attingant, & residuum ostendet simul, & quid illi sit adjiciendum, & utrum id, quod adjicitur, lumen transferat ad initium dispositionis oppositæ, nec ne. Hoc pacto habebitur

altitudo rectæ $M \phi'$, quæ datæ lamellæ profunditati in constructione respondet, ex his autem datis facile invenietur, quota radio-
 rum cujuscvis generis pars fit in limite reflexionis vel transmissus,
 ubi lamellæ alteram superficiem attigerint, & exinde quis debeat
 ex illorum compositione color in utroque lumine obtineri. Nam
 si ex. gr. ejus divisionis quotus integer fit 6, & id, quod ex
 ea divisione superfuit, dimidio intervallo unius vicis mi-
 nus extiterit, cadet punctum ϕ' in intervallum facilioris transmis-
 sus sextum, & supra limitem maximæ facilitatis, non tamen adeo,
 ut initium ω intervalli septimi attigerit, eritque ipsius segmentum
 $6 \phi'$ illa quantitas, quæ erat ex facta divisione residua. Huic
 addendo dimidium unius intervalli $\omega 6$ habebitur segmentum $\omega \phi'$
 interceptum inter punctum ω proximum citra ϕ' , & ipsum pun-
 ctum ϕ' , adeoque & residuum ωM ab illo ω proximo computa-
 tum, & eodem pacto, addito uno intervallo $\omega \phi'$ ipsi $\phi' \omega$, habe-
 bitur $\phi' \omega$, & $M \omega$, assumpto ϕ' inter 4 & 5, tum addito altero
 intervallo $\phi' \omega$ ipsi $\phi' \omega$, habebitur pariter $\phi' \omega$ & $M \omega$, assumpto
 ω inter 4 & 3, & sic deinceps. His autem datis, si jam duca-
 tur recta $f \phi'$ rectæ $G M$ parallela, cui quævis recta $\omega \omega$ vel $\phi' \phi'$
 occurrat in m' ; erit ob similitudinem triangulorum ut $\phi' \omega$ vel $\phi' \phi'$
 ad $M \omega$, vel $M \phi'$, ita $X M$ ad $\phi' m'$, & cum in his propor-
 tionibus dentur tres priores termini, innotescet semper & quar-
 tus, adeoque & quævis $\phi' m'$, quæ quidem nova semper quæ-
 renda erit, donec aliqua occurrat major data $M G$, id, quod
 hic accideret tertiæ $\phi' m'$ determinatæ a secunda $\omega \omega$. Demum
 inventæ rectæ $\phi' m'$ comparandæ erunt cum segmentis $\phi' i$, $\phi' h$,
 $\phi' g$, $\phi' e$, $\phi' d$, $\phi' b$, $\phi' f$, five eorum æqualibus $M a$, $M \gamma$,
 $M \varepsilon$, $M n$, $M i$, $M \lambda$, $M G$ pertinentibus ad finem coloris
 violacei, indici, cærulei, viridis, flavi, aurei, & rubei, & ex ea
 comparatione rite instituta innotescet, quæ colorum species, & quo-

ta in singulis speciebus quantitas fit in vice facilioris reflexionis, aut in opposita. Res exemplo patebit magis.

88. Detur lamellæ profunditas, quæ continet $35\frac{2}{7}$ earum partium, quarum quatuor continentur in singulis intervallis unius vicis extremi violacei, & quærat, quinam futurus sit illius color reflexo lumine. Quoniam datus numerus per 4 dividi accurate non potest, ejus quotus integer 8 denotabit extremos violaceos ad finem ejus spatii delatos ultimo fuisse in maxima ad transmissum facilitate, & residuum $3\frac{2}{7}$ spatium designabit ultra eum limitem decursum; quod quoniam excedit dimidium intervallum unius vicis, manifestum hinc est rediisse jam aliquos ex violaceis ad aliquam reflexionis facilitatem. Cadit ergo punctum ϕ supra punctum o vicis nonæ paulo infra limitem ejus vicis maximum 9, & est $Mo = 34$, $o\phi'' = 1\frac{2}{7} = \frac{9}{7}$. Et quoniam $Mo \cdot o\phi'' :: MX$ (6300). $\phi''m''$, invenitur $\phi''m'' = 238$. Jam vero in appositâ tabella numeri habentur, quibus exprimuntur colorum amplitudines in segmentis rectæ GM , & earumdem summæ progrediendo ab M versus G , posita nempe $GX = 10000$, & auferendo a quovis proxime præcedenti GX , λX &c. segmentum sequens λX , ιX &c.



TABULA III.

Amplitudines colorum in segmentis rectæ GM (Fig. 8)

Violaceus $\alpha M = 514$

Indicus $\alpha \gamma = 300$

Cæruleus $\gamma \varepsilon = 517$

Viridis $\varepsilon \eta = 624$

Flavus $\eta \iota = 600$

Aureus $\iota \lambda = 388$

Rubeus $\lambda G = 757$

Summæ: $\alpha M = 514$

$M \gamma = 814$

$M \varepsilon = 1331$

$M \eta = 1955$

$M \iota = 2555$

$M \lambda = 2943$

$M G = 3700$

Itaque si comparetur recta inventa $\phi'' m''$ cum horum segmentorum summa proxime majori, vel minori, invenientur aliqui ex violaceis adhuc abesse a nova reflectendi facilitate, eamque subiisse tantum 238 ex 514. Adjiciatur jam segmento $\phi'' = \frac{2}{7}$ segmentum proxime sequens $\phi \omega$ æquale unius vicis intervallo integro, idemque adimatur segmento præcedenti $M \phi$: erit ut antea $M \omega (30) . \omega \phi' (\frac{3}{7}) :: M X . \phi'' m'' = 1110$. Auferatur hinc proxime minor summa 814, & residuum ostendet esse in vice octava facilioris transmissus, præter partem residuam luminis violacei, & totum indicum, partes 296 ex 517 cærulei, perstare autem in vice facilioris reflexionis septima 221 ex 517 cæruleis. Simili ratione, si fiat $M \phi (26) . \phi \phi'' (\frac{6}{7}) :: M X . \phi'' m''$, invenietur tertia $\phi'' m'' = 2250$, & hinc auferendo summam proxime minorem $\eta M = 1955$, residuum ostendet, præter cæruleos, prædictos & omnes virides, in septima facilioris reflexionis vice adhuc perseverare 295 ex 600 flavis. At si ad habendam quartam

$\phi'' m''$ similis instauretur operatio, invenietur hæc 3805 earum partium, quarum 3700 tantum continentur in recta GM : unde hæc nova $\phi'' m''$ non occurrit rectæ $\omega \omega$ pertinenti ad vicem quintam facilioris reflexionis, nisi extra rectas MF , GA , & in ipso appulsu ad posteriorem datæ lamellæ superficiem præter residuos flavos erunt in vice facilioris transmissus omnes aurei, & rubei. Radii ergo, qui erunt ibidem in vice facilioris reflexionis, sunt $\frac{2}{5} \frac{2}{1} \frac{1}{4}$ violacei, $\frac{2}{5} \frac{2}{1} \frac{1}{7}$ cærulei, $\frac{1}{6}$ virides, $\frac{2}{6} \frac{2}{5} \frac{5}{5}$ flavi.

89. Et hæc quidem essent veræ quantitates radiorum ad hos colores pertinentium, si radius albus in colores distractus quantitatem luminis in singulis coloribus haberet proportionalem rectis Ma , $a \gamma$ &c. hujus (*Figuræ 8.*) At ea quantitas sequitur longe aliam rationem, illam nimirum expressam (*in Fig. 3*) ubi in spectro solari amplitudines colorum violacei, indici, cærulei, viridis, flavi, aurei, & rubei sunt, ut $\frac{2}{9}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{15}$, $\frac{3}{40}$, $\frac{1}{8}$, in qua ratione & circulum (*Fig. 4*) divisimus. Ut igitur eas quantitates luminis reflexi ad vere propiorem rationem reducamus, considerabimus etiam (*in Fig. 8*) radios singulorum colorum, ut æquabiliter ibi distributos, ut adeo ratio totius luminis cujuscunque coloris ad partem reflexam sit ea, quæ per inventas fractiones exprimitur. Hinc ut reducantur ad communem illam æquabilem mensuram eæ luminis quantitates, fiat ut 514, totum lumen violaceum æquabiliter distributum (*in Fig. 8*) ad 238, partem ejusdem reflexam, ita $\frac{2}{9}$, valor ipsius violacei in æquabili distributione (*Fig. 3*), vel circuli, ad quantitatem luminis reflexi correctam, quæ obveniet $\frac{2}{5} \frac{2}{1} \frac{8}{4} \times \frac{2}{9}$. Eodem pacto in reliquis procedendo erunt veræ quantitates luminis reflexi violacei, cærulei, viridis, flavi $\frac{2}{5} \frac{2}{1} \frac{8}{4} \times \frac{2}{9}$, $\frac{2}{5} \frac{2}{1} \frac{1}{7} \times \frac{1}{6}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6} \frac{2}{5} \frac{5}{5} \times \frac{2}{15}$, seu respectivé ut $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{15}$, & summa luminis reflexi erit quam proxime ad totum lumen, ex quo albedo obtineretur, ut $\frac{3}{7}$ ad 1.

90. His ita præparatis, licebit jam colorem ex his compositum definire per problema solutum num. 20., concipiendo hos numeros in illis gravitatum centrīs (*Fig. 4*) & investigando positionem communis centri gravitatis Z , seu locum puncti Y radii OZY , quo determinatur coloris compositi genus, & distantiam OZ , a qua pendet ipsius intensitas. Oportebit nempe numeros prædictos ducere in distantias perpendiculares centrorum sibi correspondentium tum a recta $F\phi$, tum a recta, $\Xi\xi$, & summas productorum jacentium ex altera parte subtrahere a summis jacentium ex altera; residua enim per luminis summam divisa geminas dabunt distantias centri quæsitī ab iisdem rectis. Invenietur autem posito calculo pro distantis ab $F\phi$ summa productorum versus $\xi = 578$, versus $\Xi = 1478$, quorum differentia 900 divisa per $\frac{3}{7}$ dabit distantiam puncti Z a recta $F\phi$ versus $\Xi = 2100$: & similiter pro distantis a recta $\Xi\xi$ summa productorum versus $F = 1969$, & versus $\phi = 865$, quorum differentia 1104 divisa per eandem summam $\frac{3}{7}$, dabit distantiam ejusdem puncti Z a recta $\Xi\xi$ versus $F = 2576$. Sumatur ergo in diametro $\Xi\xi$ versus Ξ recta $OI' = 3100$, & in diametro $F\phi$ versus F recta $OP' = 2576$, & completo rectangulo $I'O P' Z'$ habebitur centrum quæsitum Z , & ducta recta $OZ'Y'$ facile invenietur tam situs puncti Y' designantis colorem, quam distantia OZ designans intensitatem. Cum sit enim OP' ad $P'Z'$, ut radius ad tangentem $P'OZ'$, five FOY' , invenietur ipse angulus, adeoque & arcus $FY' = 39^\circ, 11'$, cumque totus arcus FG pertinet ad colorem viridem sit 60° , & ejus dimidium 30° , cadet Y' in colorem viridem, & ab ejus medio distabit minus quam 10 gradibus. Unde color erit viridis nonnihil deflectens in cæruleum, quamvis, ut ex mox dicendis constabit, pro absolute viridi haberi possit. Demum si fiat ut sinus anguli $P'OZ'$ ad radium, ita $P'Z'$ ad OZ' , invenietur

tur hæc 3324 earum partium, quarum radius continet 10000, ex quo constabit, rectam ZO minorem esse dimidio radio, & colorem viridem, qui in reflexo lumine prævalebit, aliquanto dilutiorum futurum.

91. Hoc artificio constructa est tabula sequens, in qua dispositæ sunt lamellarum profunditates eæ, quibus quisque color reflexo lumine in singulis seriebus aut maxime floridus exhibetur, aut proxime talis, radiis incidentibus ad perpendicularum. Numeri, quibus eæ profunditates designantur in prima columna, habent pro unitate quartam partem unius intervalli vicium in extremis violaceis. Hoc quantum sit in aere, constat ex dimensionibus captis in intervallo vicium pro radiis in confinio flavi & aurei, quod esse invenimus $\frac{1}{17855}$ partis unius unciae; & cum sit (*in Fig. 8*) ut IX (8855) ad II ($\frac{1}{17855}$), ita MX (6300) ad MI; erit ibidem intervallum unius vicis in extremis violaceis = $\frac{1}{250189}$, & quarta ipsius pars = $\frac{1}{1000756}$, seu fere pars unius unciae millionesima. Et quoniam intervalla vicium in iisdem radiis incidentibus, ad perpendicularum in duo diversa media sunt inter se, ut sinus incidentiæ ad sinum refractionis e primo medio in secundum, posita ratione eorum sinuum ex aere in aquam ut 4 ad 3, & ex aere in vitrum, ut 31 ad 20, qualis est quam proxime, ut habeantur eadem profunditates in aqua, & vitro, non alia re opus est, quam ut numeri pro aere semel definiti ducantur in $\frac{3}{4}$ & in $\frac{20}{31}$.

92. Secunda columna exhibet motum puncti Y (*in Fig. 4.*) progrediendo ab initio violacei C versus indicum. Quod si enim gradus & minuta ibi apposita comparentur cum colorum limitibus ab eodem initio supputatis, & in adjecta tabella 5 descriptis, hinc intelligetur, quam proxime accedat punctum Y ad centrum gravitatis cujusvis arcus dato cuiusdam colori respondentis, atque inde coloris emergentis qualitas. Sic quoniam quarto colori in prima

serie respondet in 2^{da} columna prioris tabulæ arcus gr. 88. min. 27; & in posteriori tabula indicus habetur color a gradibus 80 ad 120; constat, eum colorem debere esse indicum, licet ad violaceum accedat propius, quam ad cæruleum. Maluimus autem retinere eas crassitudines primæ columnæ, quæ hosce graduum numeros exhiberent, licet ipsi numeri non cadant in ipsos medios colorum arcus; quam illas alias lamellæ profunditates scrupulosius inquirere, quæ id ipsum præstarent immuni sane laboris accessione. Ea res vix esset alicujus utilitatis, cum id, quod potissimum hic quæritur, sit, ex Theoria tradita illam colorum successionem definire, quæ in ipsis experimentis deprehenditur cum his circumstantiis, quæ sensuum indicio deprehendi possunt. Quod si quis adhuc eam profunditatem requirat, ex qua talis radiorum compositio resultet, ut punctum *Y* (*Fig. 4.*) cadat in medium cujusvis coloris arcum, id quidem problema directe tentatum est admodum sublime, atque arduum, per attentationem autem paucis positionibus adhibitis juxta regulam falsæ positionis quantumlibet accurate definiri posset. Neque enim alia re opus esset, nisi profunditatem paulo majorem, vel minorem assumere, quam quæ exhibetur in tabula. Sic cum violaceus in secunda serie a lamella exhibitus partium 11, 16 declinet a medio violaceo versus indicum, assumpta crassitudine paulo minore, & falsæ positionis calculo instituto, facile demum deprehendetur, in crassitudine 10, 8 rem succedere, folis violaceis ibi in vice reflexionis manentibus. Sed notandum est, ipsi colori violaceo plus ferme obfuturum in hoc casu, quod longius abesset a maximæ facilitatis limite, quam quod ab indicorum consortio eximeretur.

93. Tertia columna exhibet magnitudines rectæ *OZ* in singulis casibus, & in iis partibus, quarum in radio sunt 10000. Diximus jam supra, coloris intensitatem hujus lineæ magnitudini

bus proportionalem esse. Cum illa fit $= 0$, color albus fit, & quo major illa est, eo is magis ab albedine discedit; unde quantitates ejusdem rectæ cum radio comparatæ indicant cujusvis coloris intensitatem.

94. Quarta demum columna colorum continet nomina, in quibus hæc sunt notanda. Primo in tertia & quarta serie, quibusdam coloribus asteriscum apposuimus, id in casibus usurpavimus, in quibus recta ϕf (in Fig. 8.) bifariam secat limitem maximæ ad reflectendum facilitatis ejus radiorum generis, quod in lumine reflexo prævaleat. Cum id contingit, peculiaris est ratio, cur eam lamellæ profunditatem illi etiam præferamus, in qua recta $O Y$ (Fig. 4.) arcum coloris bifariam divideret. Etenim ejus coloris radii partim sunt in limite facilitatis maximæ ad reflectendum, partim ab eo minus utrinque distant, quam reliqui; unde in lumine reflexo prævaleant, necesse est, etiam ex hoc capite, cujus nulla habetur in supputatione ratio, cum tantum coloris quantitas æstimetur ex segmentis rectarum ϕf (Fig. 8.) inter lineas $\omega\omega, oo$ interceptis, five illæ interfecent limitem maximum intermedium, five ejus occursum declinent. Id Newtonum quoque in hac re sequutum esse arbitramur. Nam ejus numeros lamellarum crassitudines exponentes, ut plerumque alibi, ita etiam in tertia serie retinuimus omnino, in qua tales illæ sunt, ut intersectio rectæ ϕf (Fig. 8.) cum limite maximæ ad reflectendum facilitatis bifariam dividat eorum colorum, quibus est asteriscus appositus, amplitudinem: nec fieri posse videtur, ut forte quadam contingerit in instituta ab eodem circuli partitione ibi constanter talem obvenisse rectæ $O Y$ (Fig. 4.) positionem, ut coloris correspondentis arcum bifariam divideret. Utcunque tamen fit, hac exceptione usi non sumus, quoties punctum Y in arcum caderet alteri colori respondentem. Sic in secunda serie,

ubi aeris lamellæ profunditas erat 17, 22, transibat recta ϕf (Fig. 8.) per rectam $3 C$ ita, ut punctum intersectionis amplitudinem aurei coloris λ bifariam divideret; nihilo tamen minus cum punctum Y (Fig. 4.) caderet intra arcum $F E$, noluimus eam crassitudinem aureo colori deputare, sed quæzivimus aliam profunditatem 18, 33, in qua punctum Y caderet ferme in medium arcus $D E$ aureo colori correspondentis. Illud pariter in prima serie notandum esse arbitramur in hoc genere, quod si æstimeretur coloris rubei intensitas ex magnitudine rectæ $O Z$ (Fig. 4.) per calculum erutæ, videbitur ibi color rubeus magis floridus esse debere, quam in seriebus sequentibus cum punctum Z cadat in ipsum centrum gravitatis arcus $C D$, nihilo tamen minus multum de ipsius vi detrahit, quod se videndum non exhibeat seorsim a reliquis radiis, nisi ubi est a maxima facilitate remotior prope limites: neque enim alia de causa factum est, ut punctum Z caderet in centrum gravitatis arcus $C D$, nisi quod quæsitus est is color, ubi tanta erat lamellæ crassitudo, ut soli rubei in vice facilioris reflexionis prima persisterent. Cavendum enim est, semper prope maximam facilitatem plurimum Luminis reflecti, ut etiam cavendum est illud, colores aliquanto dilutiores reddi ab admixtione radiorum, qui in utraque superioris vitri superficie reflectuntur.



TABULA IV.

Exilium lamellarum colores lumine reflexo exhibiti pro varia ipsarum profunditate in iis partibus, quarum quatuor continentur in singulis intervallis vicium violacei extremi.

Altitudo Lamellarum	Motus puncti Y ab initio Violacei arcus versus Indicum	Magnitudines rectæ O Z in Fig. 4, pro ra- dio 10000.	Colores
0. 5	00°. 00'	0000	Nigerrimus
1. 0	00. 00	0000	Niger
2. 0	00. 00	0000	Nigrescens
2. 4	88. 27	5784	Indicus
2. 8	141. 52	2417	Cæruleus
5. 25	000. 00	0000	Albus
7. 11	261. 23	5336	Flavus
8. 0	304. 22	2507	Aureus
9. 0	337. 30	9748	Rubeus
11. 16	56. 7	7664	Violaceus
12. 43	98. 28	5368	Indicus
12. 83	111. 48	4456	Indic. Subcærul.
14. 0	143. 34	2412	Cæruleus
15. 12	204. 23	3181	Viridis
16. 3	250. 00	6151	Flavus subvirid.
16. 6	262. 00	6524	Flavus
17. 22	275. 2	6480	Fl. in aureum vergens
18. 33	299. 49	8288	Aureus
18. 86	337. 40	6621	Rubeus
19. 33	355. 4	6670	Coccineus
19. 66	8. 39	6760	Purpureus
21. 0	57. 26	5761	Viol. in purp. vergens
22. 1	99. 46	5928	*Indicus
23. 4	150. 6	5740	*Cæruleus
25. 2	206. 11	6885	*Viridis
27. 14	282. 20	7763	*Flavus
29. 0	353. 7	4552	Rubeus
32. 0	111. 30	2156	Rub. subcæru.
34. 0	186. 00	7115	Virid. subcærul.
35. 28	200. 49	3324	*Viridis
36. 0	229. 22	4184	Virid. Flavescens
38. 0	355. 15	1663	Rubeus
40. 33	18. 28	772	Rub. seu Purpur.

TABULA V.

<i>Colorum limites in circulo ϕ EF & Fig. 4. ab initio Violacei versus Indicum.</i>			
Violacei	Init. 00°. 00' Med. 40. 00 Fin. 80. 00	Flavi	Init. 240. 00 Med. 264. 00 Fin. 288. 00
Indici	Init. 80. 00 Med. 100. 00 Fin. 120. 00	Aurei	Init. 288. 00 Med. 301. 30 Fin. 315. 00
Cærulei	Init. 120. 00 Med. 150. 00 Fin. 180. 00	Rubei	Init. 315. 00 Med. 337. 30 Fin. 360. 00
Viridis	Init. 180. 00 Med. 210. 00 Fin. 240. 00		

95. Notandæ quoque sunt in hac tabula anomalie nonnullæ ex violacei, & rubei luminis compositione ortæ, quorum mixturam generalem constructionis regulam in circulo expressam minus accurate sequi jam præmonuimus in superioribus num. 22. Diximus in tertia serie colorem violaceum non occurrere, sed ejus loco purpureum ob rubeos radios admixtos: at in tabula, ubi lamellæ profunditas erat 21, punctum Y (Fig. 4.) incidit inter arcum dimidium C B, & punctum ϕ , unde violaceus color consequi videbatur; adhuc tamen apposuimus violaceum vergentem in purpuram, quia in eo casu præter violaceos, indicos, & duas fere quintas partes luminis cærulei, perstant in vice tertia faci-

lioris reflexionis 550 ex 757 rubeis, & cum lumen rubeum maxima vi ad se pertrahat lumen violaceum, hinc colorem ab his radiis exhibitum non distinguet oculus a purpureo præcedenti, quem lamella exhibuit 19, 66, præsertim cum modice se explicet inter illum, & sequentem indicum, in quem convergit punctum Y, (Fig. 4.), ut revera partim ad hunc, partim ad præcedentem purpureum color circa hunc limitem exhibitus pertineat. Similiter *Rubeum colorem, seu purpureum* apposuimus in quarta serie, ubi lamellæ profunditas erat 40, 33, quamvis punctum Y jam prætergressum esset confinium rubei 18 gradibus, in quo casu color dicendus esset absolute purpureus. Sed cum in eo casu lumen violaceum, quod est in vice facilioris reflexionis, exigua sit totius portio, ut calculum tentanti patebit (habet enim ad totum eam fere rationem, quam 1 ad 4.) prævalent utique radii rubei multo etiam magis, quam si simul commisceantur ex æquo, ut ex generali constat observatione. Itaque mirum non est, si quarta series in rubeum colorem definere videatur, præsertim in tanta coloris debilitate, quantam portendit brevis rectæ O Z. Et sane monuerat Newtonus suam referens observationem, colorem hunc fuisse admodum nebulosum, ut fortasse etiam præstet purpureum appellare, quam rubeum. Ceterum si sumatur lamella aeris 38, tum punctum Y cadit in arcum rubei, & color est aliquanto minus evanidus, sed cum in eo casu nulli sint rubei in vice facilioris reflexionis, ut calculum instauranti patebit, præstabit facile priorem profunditatem retinere pro hujus seriei rubro, quam posteriorem assumere.

96. Simile quid contingit in rubeo subcæruleo, in quem definit tertia series. Ibi enim cadit punctum Y in arcum indici versus cæruleum. Sed cum in eo casu totum lumen rubeum sit in vice facilioris reflexionis, violacei vero pars admodum exigua,

illud cæruleo, & indico lumini admixtum colorem ad se multum pertrahet. Id ipsum etiam Newtonus sequutus esse videtur. Alias enim non apparet, qui possit lumen *cæruleum subrubrum* appellari, stante constructionis analogia, cum inter hos colores alii gemini interjiciantur. Sed hic quoque color est admodum dilutus, & qui spectatoris oculum facile in ambiguo relinquat.

97. Supereſt, ut aliquid etiam dicamus de diverſitatibus, quæ in noſtra, & Newtoni tabella ex iisdem principiis ſupputata occurrunt. Has aliquas eſſe necesse erat, cum circulum alia ipſe ratione diviſerit, atque a nobis factum eſt. Sed utramque tamen qui comparet, facile intelliget, quam ſint exiguæ. Retenta enim eadem lamellæ profunditate, eadem, ſi pauci caſus excipiantur, coloris ſpecies obvenit, non alio fere discrimine, quam quod ubi ipſi color maxime vividus reddebatur, puncto Y arcum coloris ejuſdem bifariam dividente nobis in alterutram partem non nihil deflexit, ex quo manifeſtum eſt, exiguam admodum quantitatem lamellæ fuiſſe adjiciendam, vel detrahendam, ut coloris, qui maxime floridus eſſet, obtineretur. Sed hanc iterandi calculi moleſtiam ſupervacaneam exiſtimavimus, præſertim cum Newtonum ipſum in ea re non ultra, quam necesse eſſet, ſcrupuloſum fuiſſe ex dictis conſtet. Iteravimus tamen, quoties contigit, ut punctum Y vel extra arcum coloris caderet, qui inquirebatur, vel nimis longe diſtaret a medio. Id raro contigit, & in his caſibus, in quibus nullus fit a phænomenis diſſenſus, ex quo circuli ſectio a nobis inſtituta redargui poſſit. Nam quod in prima ſerie indicus obvenerit ante cæruleum, & quod in ſecunda indicus, & flavus perſtiterint, ubi Newtono cæruleus, & aureus obvenerant, nihil in his eſt, quod non ſit experimentis plane conforme, in quibus proſecto indicus color, ut etiam violaceus cæruleum præcedit, & aureo nonniſi poſt aliquod intervallum fla-

vus cedit, ut indicus cæruleo. In quo autem puncto coloris mutatio habeatur, ex observationibus definire, ut in majoribus quantitibus esset admodum difficile, ita & in parvis quantitatum differentiis est impossibile, quamvis non de ipso limite mutationis, sed de summo ipsorum incremento agatur. Et fane a flavo aureum, & indicum a cæruleo in experimentis allatis tam ægre oculus discernit, ut eorum colorum ne meminerit quidem Newtonus, cum relatas observationes exponeret, quamvis in supputatione quæsierit. Idem dicendum de purpureo, qui nobis obvenit pro rubeo in quarta serie, ob colorem multo jam dilutiorem effectum, quam ut eam differentiam possit oculus tuto dijudicare; & multo magis de diversitatibus, quæ in quatuor sequentibus seriebus supputandis occurrunt. Has supputare, in quibus gemini tantum sibi mutuo succedunt colores, non tanti esse existimavimus, ut ejus calculi molestiam diutius perferremus. Satis erit in hac re animadvertere, quod Newtono definebat color omnis in albedinem, post auctam lamellæ profunditatem ad $\frac{77}{10000}$ unciaë partes in aere, ad 58 in aqua, ad 50 in vitro, hoc est, post 20 circiter intervalla suarum vicium ab extremis violaceis peracta. Ex quo constat, quam exigua medii diaphani & uniformis profunditas requiratur, ut omnis colorum varietas in albedinem definat, quemadmodum etiam in superioribus monuimus.

98. Ceterum has ipsas diversitates consideranti patebit, ex circuli sectione diversa omnes oriri, ac præsertim ex arcus violacei, & rubei proportionibus & cum reliquis & inter se; cum in nostra violaceus ad rubeum sint ut $\frac{2}{9}$ ad $\frac{1}{8}$, five ut 16 ad 9, & iidem ad reliquos modo majorem, modo minorem habeant proportionem, quam in Newtoni sectione eisdem arcus ponentis æquales, ut ex ipsa numerorum inspectione patebit eorum arcuum rationem exprimentium. Sic mirum non est, quod

violaceus in purpuram vergens nobis obvenerit in tertia serie, ubi ipsi erat indicus; & purpureus in secunda, ubi ipsi erat coccineus; & demum purpureus pro rubeo in quarta. Cum enim arcus *B D* (*in Fig. 4.*) bifariam apud eum dividatur a confinio *C* violacei, & rubei, fieri utique potuit, ut punctum *Y*, quod ipsi cadebat in arcum rubei, nobis caderet in arcum violacei, magisque apud ipsum rubeum lumen, quam apud nos, prævaleret. Sic etiam in prima serie, ubi lamellæ profunditas erat 2, 4, cum essent in limite facilioris reflexionis violacei radii, indici, & toti cærulei ferme, ipsi cæruleus, nobis indicus color in violaceum vergens obvenit. Quia videlicet apud ipsum arcus violacei ad arcum cærulei est, ut $\frac{1}{9}$ ad $\frac{1}{10}$; five ut 10 ad 9, unde mirum non est, si majori vi colorem ad se pertraxit violaceus in nostra constructione, quam in constructione illius.

99. Et hæc de his satis dicta sint. Nunc quod attinet ad usum tabulæ, ille est omnium maximus; quod si cum phænomenis comparetur, totius theoriæ certitudinem ad evidentiam confirmat; non solum enim talis colorum successio ex ea necessario consequitur, qualem continuis auctæ incrementis lamellarum pellucidarum crassitudines ostendunt, sed etiam minimas eorumdem colorum circumstantias, quæ sensu deprehendi possunt, cum eadem consentire videmus. Juvat easdem hic paulo accuratius persequi. Diximus, in prima serie colorem violaceum non apparere, cæruleum vero videri admodum exiguum. Id ipsum constructio, & tabula testatur. Nam cum in ipso regulæ appulsu ad limitem reflexionis extremi violacei nulla esse posset reflexio, quæ satis in oculos incurreret, vix ea promota est ulterius per $\frac{2}{3}$ unius intervalli, cum jam erant in vice facilioris reflexionis indici etiam, & magna ex parte cærulei, ex quibus indicus color ex-

ortus est. Huic ipsi adjectis $\frac{2}{5}$ ejusdem intervalli, tam cito successit cæruleus ex adjecto lumine viridi, & parte flavi, ut plane in unum ad sensum colorem coaluerint, qui ipse minimo se explicuit intervallo, cum adjecta tantum una ex his partibus quintis albedo obtineatur. Neque enim albedo tum primum incipit, ubi crassitudo lamellæ aeris fuerit 5, 25, sed idcirco ibi ponitur in tabula, quod ibi maxime nitida censeatur, ubi intersectio normæ cum recta ΓB (*Fig. 8.*) exprimente maximam facilitatem ad reflectendum non longe abest a puncto ρ , five a limite coloris flavi, & viridis, ubi propterea facilitas ad reflectendum minimam habet in radiis heterogeneis diversitatem. Ceterum si quæramur, quanam sit futurus color, posita lamellæ profunditate = 3, partem rubei tantummodo deesse a luminis compositione constabit, unde jam albicat color, qui plane albus obveniet aucta paulisper profunditate, quamvis non ita nitidus, ut in prædicta crassitudine, ob facilitatem ad reflectendum majorem in maximæ refrangibilitatis radiis, quam in reliquis. Similiter non ibi primum albedo definit, ubi flavus color in tabula est appositus; jam enim violacei radii, & indici incipiunt decedere, ubi crassitudo lamellæ fuerit paulo major, quam 6, minor tamen, quam 7: sed ibi videlicet ponitur, quia prope eum limitem flavus proxime accedit ad maximum, quem potest in hac serie consequi, coloris sui nitorem, cum ibi distet a maximo, five a puncto arcus sui intermedio, minus, quam 3. Itaque si ponatur albedo incipere, ubi crassitudo $\phi\pi$ (*in Fig. 5.*) est 3, definere autem fere ubi crassitudo Ff est 6, 5; differentia erit quam proxime = 3; cum cæruleus ibi fere incipiat, ubi altitudo Pp est $2\frac{3}{5}$, & ibi fere definat, ubi eadem est 3, differentia existente = $\frac{3}{5}$ unde, cum rectæ $P\phi$, ϕF , quæ sunt horum colorum amplitudines, sint quam proxime, ut hæ differentiæ, esse oportebit amplitudinem coloris albi quintuplo fere majorem,

quam cærulei, ut in observationibus re ipsa deprehensum est. Simili ratione invenietur, flavum, & rubeum colorem simul tantam habere debuisse amplitudinem, quantam fere albus habebat, ut est in observationibus animadversum; atque ita non solum sibi succedentium in prima serie colorum qualitas, sed etiam quantitas talis per constructionem obvenit, qualem phænomena exhibebant.

100. In secunda serie colores omnes observatio exhibuit, & omnes etiam exhibet constructio cum suis singulorum circumstantiis. Dictum est primo, colorem viridem omnium fuisse maxime exiguum, & minime floridum. Utrumque ita se habere debuit: incepit enim, ubi profunditas erat ferme 15 partium; desit, ubi vix major esset quam 16, proindeque erat quam proxime differentia altitudinum inter utrumque ejus limitem 1; minor utique, quam in reliquis coloribus, si indicus, ut est in observatione factum, ex parte violaceo, & ex parte cæruleo attribuat, idemque in aureo sit relate ad flavum, & rubeum. Et rursus magnitudo rectæ OZ , cui coloris largitas respondet, minima est in viridi, ubi cæruleus cum indico ex parte confunditur. Dictum est secundo, violaceum post viridem minimum omnium spatium occupasse; flavum majus, quam cæruleum; rubeum majus, quam flavum. Hæc item constant ex tabula: nam intervalla, ubi incipit, & desinit violaceus, vix differunt duabus unitatibus, & eadem in cæruleo differunt paulo minus, quam tribus, sumendo scilicet initium cærulei, ubi indicus censetur maxime floridus, & finem, ubi fere diximus viridem incipere; quod si ponamus ibi flavum incipere, ubi profunditas erat ferme 16 partium, & ibi desinere, ubi aureus exhibetur maxime floridus, ipsum aliquanto etiam magis, quam cæruleum patere deprehen-

dimus, & rubeum pariter magis, quam flavum, rubeo coccineum deputando, ut est in observatione factum.

101. Similiter in tertia ferie (ut nihil dicamus de violaceo in purpuram verso, cujus rei jam supra meminimus) diximus colorem viridem copia, & claritate reliquis omnibus æquiparari excepto flavo, rubeum vero paulo dilutiorem esse factum, & obscuriorem. At hæc eadem ex constructione sunt consequuta: nam in tabula coloris flavi intensitas, quam exprimit recta OZ , est omnium maxima, & ea seclusa, omnibus præstat intensitas viridis. Ac reliquorum quidem intensitas modice superatur a viridi; at rubei intensitas multo minor est, præsertim ubi cæruleo lumine infectus multum descendit in purpuram. Nec minor erit Theoriæ cum phænomenis consensus in iis, quæ ad colorum quantitates pertinent, si eorundem amplitudines ex limitibus æstimentur, uti supra factum est.

102. Demum in quarta ferie, ubi duo tantum colores deprehensi sunt, viridis, & rubeus, viridis erat admodum copiosus, & floridus accedens ad cæruleum ex altera parte, ex altera ad flavum, cum rubeus valde esset imperfectus, ac nubilus. Hæc ita se habere debuisse, tabula etiam docet, in qua viridis exhibetur color latius patens, quam ullus alius in præcedentibus seriebus, & in cæruleum primo convergens, postremo in flavum. Mirum fane videbitur, flavum hac in ferie, qui quidem oculis discerni possit, non occurrere, cum a viridi flavescente ad rubeum, vel purpureum tantum habeatur intervallum, ac videri fortasse cuiquam poterit diffimulatam consulto fuisse profunditatem lamellæ intermediam: sed supputationem ineunti patebit, tam celerem esse eo loci motum puncti Y , ut facta lamella = 37, jam abeat in arcum rubei, cum paulo ante persisteret in viridi. Itaque vere

erit adeo exiguus color flavus, ut rubeum potius videatur inficere, quam propriam speciem intuendam objicere.

103. Atque ita quidem se habet Theoriæ consensus cum phænomenis, qui profecto tantus est, & in rebus adeo exilibus tam mirificus, ut suspicari quis posset, ne forte observationum potius relatio Theoriæ accommodata esset, quam hæc observationibus; nisi facile esset cuique rei periculum facere in vulgaribus bullæ experimentis: cum enim colorum successio pendeat a numero vicium, quas in ejus decursu radii mutant, semper hæc eadem erit, quæcunque fuerit medii densitas, aut vis refractiva, dummodo ab altitudine minima ad eam, in qua albedo jam obtinetur, transitus fiat per gradus intermedios, qui sunt in tabula expressi. Aqua igitur sapone incrassata, & in bullam inflando tensa, dum a summo bullæ vertice ad latera paulatim defluit, ejus fit conditionis, & si in nubium lumine inspicatur sub vitreo recipiente probe clausa, ne motus aeris colores perturbet, eadem exhibet colorum phænomena, facilius etiam, notanda, quam in vitris objectivis prædictis. Notandum tamen in his est, quod si colores a summo bullæ vertice successive prodeuntes numerentur eodem, quo prodeunt, ordine, ab infima erunt tabulæ parte numerandi (cum hic a maxima crassitudine ad minimam transitus fiat) vel potius a duabus illis, vel tribus seriebus in tabula omissis, in quibus rubeus tantum, & subcæruleus color admodum evanidi videndos se præbent. At si numerentur ab ipso bullæ vertice, ubi ex eodem macula nigra emerferit, & colorum series infra illam zonarum instar bullæ circumfunduntur, numerandi erunt a summa tabula, & nisi citius bulla diffiliat, tales singuli deprehendentur, quales exhibentur a tabula. Ut tamen ipsa ejusmodi phænomena tabulæ magis respondeant, curandum erit, ne ultra bullam vividi coloris cujuscumque objectum aliquod habeatur per ipsam bullam transpectum,

quod reflexo nubium lumini immixtum colores turbet. Quamobrem nigrum aliquid ultra ipsam bullam collocandum erit, ac expectandum nonnihil, donec tenuitas cuticulæ aquæ eo devenerit, ut coloribus exhibendis par esse possit. Verum quæ ad bullarum colores pertinent, in quas ipsi nubium radii cum quibusvis directionibus adveniunt, pendent ab iis, quæ hic itidem diligenter exponenda sunt, ac pertinent ad colorem lamellæ, vel constantem ad sensum pro quacunque incidentis, & emergentis radii obliquitate, vel admodum variatum, prout medium ipsi lamellæ circumfusus multo minore, vel multo maiore vi præditum sit, quam ipsius lamellæ medium.

104. Sit nimirum (*in Fig. 7.*) lamella terminata superficiebus AB , MN parallelis, in quam incurrat in I radius quidam RI , qui refractus tendat per IF' , si lamella vim refractivam majorem habet, quam medium circumiacens, per IF , si minorem, & data ratione sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti, quærat ratio, quam habebit numerus intervallorum vicium in eo transitu ad numerum intervallorum vicium in transitu perpendiculari per IL . Id problema admodum facile solvitur. Patet enim, esse illos numeros directe, ut est longitudo itineris IF ad IL , & reciproces, ut est longitudo unius intervalli in transitu obliquo IF , vel IF' , ad unum intervallum in transitu perpendiculari per IL : numerus enim intervallorum in dato spatio eo est major, quo majus est spatium, & quo minor est unius intervalli mensura. Posito autem, quod LIE , vel LIE' sit angulus, cujus sinus est prima e 106 mediis arithmetice proportionalibus inter sinum anguli refractionis LIF , vel LIF' , & angulum incidentiæ RIC æqualem angulo LID ad verticem opposito, est per Theor. II. num. 59. intervallum in casu transitus obliqui ad intervallum in casu transitus perpendicularis, ut factum sub binis secantibus LIE , LIF ;

vel LIE' , LIF' , ad quadratum radii, nimirum $EI \times IF$, vel $EI' \times IF'$ ad $IL \times IL$. Quare erit primus numerus in casu obliqui transitus ad secundum in casu transitus perpendicularis, ut est $\frac{IF}{IF \times IE}$, vel $\frac{IF}{IF \times IE'}$ ad $\frac{IL}{IL \times IL}$, nimirum ut IL ad IE , vel IE' .

105. Inde autem eruitur sequens Theorema. Numerus intervallorum in transitu obliquo ad numerum in transitu perpendiculari per laminam parallelis superficiebus terminatam est ut radius ad secantem ejus anguli, cujus sinus est prima e 106 mediis arithmetice proportionalibus inter sinum anguli refracti, & sinum incidentiæ, sumendo hos angulos in ipso ingressu in laminam. Utrobique autem minorem radius habebit numerum intervallorum in ingressu obliquo, quam in perpendiculari, licet longiorem percurrat viam, quia nimirum magis crescet longitudo unius intervalli, quam via.

106. Jam vero ope hujus theorematis statim patet, in casu medii intra laminam minore vi præditi multo magis mutari vicium numerum, quam in casu medii præditi majore vi. In primo enim casu est ad numerum in transitu perpendiculari ut IL ad IE ; in secundo ut IL ad IE' : & patet ipsam IE multo majorem esse, quam IE' . Quin imo cum utcunque inclinata IR ad IB , in secundo casu angulus LIF adhuc acutus maneat, & secans IF' finita, at eo minor, quo medium pollet majore vi, in primo vero inclinata IR usque ad certum limitem, jam angulus LIF evadat rectus, & IF in infinitum excrescat, in quo nimirum casu incipit reflexio in totum; cumque sinus anguli LIE' pendeat a sinu anguli LIF' , & sinu anguli incidentiæ, patet, in illo ipso secundo casu rectam IE' non ita multum augeri, inclinato etiam radio RI usque ad superficiem IB ; in primo vero casu

casu in minoribus etiam inclinationibus radii IR augeri plurimum, ac mutata etiam plurimum inclinatione numerum intervallorum in secundo casu parum admodum mutari; in primo vero, inclinatione etiam parum mutata, eum numerum mutari plurimum.

107. Nec vero difficile est limites earum mutationum determinare, data ratione sinus anguli incidentiæ ad sinum anguli refracti. Sit primo lamella minore vi prædita, quam medium circumjacens, ut aer vitro clausus, & assumatur ratio sinus incidentiæ ex vitro in aerem ad sinum refractionis 11 ad 17, cui est proxima. Limes radiorum IR ingredientium ultimus est, ubi LIF est angulus rectus, quo casu sinus refractionis est 1000000. Quare sinus anguli incidentiæ $RIC = \frac{11}{17} \times 1000000 = 64706$, nimirum sinus $40^\circ 19'$. Ejus differentia a sinu anguli refracti $1000000 = 35294$, divisa per 107 exhibet 330, quo ablatto a sinu incidentiæ 1000000, habetur 99670 sinus anguli $LIE = 85^\circ 21'$, cujus secans $EI = 1233521$ ad radium $IL = 1000000$ est proxime ut 12 ad 1. Quare radius non potest ejusmodi laminam pervadere, nisi faciat angulum cum perpendiculo minorem $40^\circ 19'$ tam in ingressu, quam in egressu; nam five emergat e secunda superficie, five redeat ad primam, & inde emergat, eandem inclinationem habet ad superficiem, quam in ingressu. Haberet autem circa illam maximam inclinationem, si satis longa lamella esset, numerum intervallorum 12 vicibus, & aliquanto etiam plus, minorem, quam in ingressu perpendiculari. Nimirum cum in perpendiculari mutaverit dispositionem vicibus 12, in illo obliquo semel tantum mutavit.

108. At si lamella contineat medium majore vi præditum, ut aquam in aere, limes ultimus erit, ubi ipse angulus incidentiæ definat in rectum, quo casu posita ratione sinuum incidentiæ, & refractionis 4 ad 3, erit sinus incidentiæ 1000000, sinus refractionis

nis $\frac{1}{4} \times 100000 = 75000$; differentia 25000 divisa per 107 exhibebit 233, quo numero ablato a sinu refractionis 75000, exhibebit 74767 sinum anguli $LIF' = 48^\circ 23'$, cujus secans $IF' = 159570$ ad radium 100000 habet rationem $1\frac{1}{2}$ ad 1, tanto minorem, quam prius. Hæc tamen ratio non est ita exigua, ut pro varia oculi positione repetita lamellæ colorem satis mutare non possit. Nam colores serierum, & quidem satis vivi, progrediuntur usque ad intervalla 8 in tertia serie, & 15 in quinta, ut videre est in tabula Newtoni, ac ubi in positione perpendiculari habentur intervalla 15, in ultima obliqua habentur 10. Porro non solum 5 intervallis ablatis, sed unico plerumque adjecto, vel ablato intervallo, & aliquando etiam parte ejus mutata, mutatur color, ut patet ex illa ipsa tabula.

109. Verum si multo major fit densitas, poterit mutatio esse insensibilis. Et quidem si substantia aliqua habeat rationem sinus incidentiæ ad sinum refractionis, ut 4 ad 1, qua majorem etiam in mercurio haberi debere, si pellucidus sit, Newtonus censet, & ex ejus densitate, & virium refringentium natura haud difficulter eruitur, habebitur in angulo incidentiæ maximo $= 90^\circ$ sinus ipsius $= 100000$, sinus anguli refracti $= 25000$, differentia 75000, quæ divisa per 107 exhibet 701, quo addito ipsi 25000, fit sinus anguli $LIE' = 25701$, & ipse angulus $14^\circ 54'$, ac ejus secans 103479 ad radium $IL = 100000$ habet rationem proxime ut 30 ad 29; quamobrem in 15 intervallis perpendicularibus vix dimidium in maxima obliquitate deficeret, adeoque in ejusmodi substantia maximis mutationibus obliquitatis vel radii, vel oculi, nulla responderet sensibilis mutatio coloris.

110. Ex his, quæ dicta sunt, patet ratio eorum omnium, quæ Newtonus proposuit in observatione 19 parte 1 lib. 2. Op-

ticæ. Nimirum ubi colores aspiciebat in lamina tenui aeris clausa binis vitris, & in bulla aquæ, mutata obliquitate oculi affirmat mutasse locum annulos coloris ejusdem, ita, ut ubi per radios perpendiculares apparebat unus color, per obliquos alius appareret, & diversos spectatores in diversa scilicet obliquitate constitutos, diversos in eadem bullæ parte colores deprehendisse eodem tempore, aliquando autem totam bullam ad eandem tenuitatem reductam exhibuisse ubique eundem colorem, præter extremos margines, in quibus in maxima obliquitate cernebatur, quod quidem debuit accidere, ubi maxime tenuis bulla effecta esset, reducta ad crassitudinem unius, vel alterius intervalli; tum enim in extremo margine deerat intervalli ibi existentis triens, vel binorum intervallorum bini trientes, quod colorem immutabat; in minoribus vero obliquitatibus mutatio erat insensibilis. Generaliter autem mutatio loci, in quo idem cernebatur color radiis maxime obliquis, multo major erat in primo casu lamellæ aeræ, quam in secundo bullæ aqueæ. Nam crassitudo in bullis aquæ in maxima obliquitate ad crassitudinem in situ perpendiculari coloris ejusdem ex optimis ejus observationibus erat inter 15 , & $15\frac{1}{2}$ ad 10 , quæ est ipsa ratio superiore calculo inventa 15 , 11 ad 10 ; eadem autem in lamella ærea multis vicibus major erat, nimirum in tabella adjecta observationi 7 , ut $12\frac{1}{2}$ ad 1 , quæ est ad sensum ipsa ratio 12 , 34 ad 1 a nobis superius inventa. Et cum his, quæ demonstravimus, consonat ipsa tabella, quam huic observationi 19 Newtonus adjecit; ut & illud, in densioribus substantiis, cujusmodi sunt scorix metallorum, five eorum partes vitrificatæ, apparuisse colorum variationes aliquas pro diversis obliquitatibus oculi, sed multo minores, & in densissimis substantiis semper minimas.

III. Porro hinc patet illud, quod diximus, phænomena colorum bullæ etiam ex hac lamellarum proprietate pendere. Sed adhuc ea theoriam omnem, & tabulam a nobis computatam confirmant mirum in modum, quia immota bulla, & oculo, adeoque manentibus obliquitatibus, mutantur colores per solam attenuationem cuticulæ in eadem illa ratione, quam tabellæ computatio requirit. Eodem autem etiam pertinet casus, quem ex Hooekio Newtonus retulit, cum his apprime consentiens. Observavit enim Hooekius in sua Micrographia lamellam lapidis specularis, quæ esset colore languido-flavo, superpositam lamellæ, quæ esset colore cæruleo, colorem purpureum induisse admodum saturum. At si tabula consulatur, invenietur color flavus maxime debilis in prima serie, ubi lamellæ altitudo est 7, 11, & si huic adjiciatur altitudo lamellæ 14, qua color cæruleus exhibetur in secunda, habebitur profunditas 21, 11, cui proxime respondet color purpureus in tertia. Etsi enim, ubi ea est 21, violaceus occurrat in purpuram vergens aliquanto debilior, manifestum tamen est, quod lamella flavum colorem admodum debilem exhibens esse utique potuit paulo minor, quam 7, 11, ut & lamella cærulea paulo minor, quam 14, & ex his habenda erat profunditas proxime accedens ad 19, 66, in qua color purpureus habetur.

III. Ceterum quæcunque in tabula a nobis computata de coloribus ex reflexo lumine provenienti in laminis habentibus parallelas superficies definita sunt, ad transmissum quoque lumen commode referri posse, facile quivis intelligit. Illud unum postremo notabimus, usui nobis futurum infra, si tenuis materiæ particula non parallelis superficiebus terminetur, sed sphaericam figuram habeat, multo majus discrimen haberi debere inter numerum intervallorum in radiis diametrum percurrentibus, quam in radiis obliquis, cum nimirum obliquitas intervalli unius longitudinem au-

geat, & chordam percurrendam imminuat; unde consequitur illud, si globuli cujusdam diameter vix tantæ longitudinis sit, quantum est intervallum violacei coloris, ejusmodi globulum e secunda superficie debere reflectere violaceos solos per primam admissos directione perpendiculari proxima, ac transmittere omnes reliquos; & idem generaliter accidere debere in quovis radio magis refrangibili respectu minus refrangibilis. At e contrario si diameter æquetur uni intervallo rubei, semper aliquam debere chordam æquari intervallo cujusvis alterius coloris, quod itidem accidet cuivis minus refrangibili respectu magis refrangibilis. Sed de tenuibus laminis jam fatis: nunc ad crassarum laminarum mira quædam phænomena faciemus gradum.

§ III.

De coloribus crassiorum laminarum pellucientium ex eadem vicium natura pendentibus.

113. **T**otam hanc de vicibus theoriam, quam ex laminarum exilium coloribus Newtonus determinavit, in alterius naturæ phænomeno mira deprehendit solertia, quamvis multo adhuc obscurius tradiderit in Parte 4. lib. 2, quam superiora omnia in secunda exposuisset. Ea de re nobis agendum hoc loco est, non solum ut phænomeni difficillimi ad explicandum innotescat ratio, sed etiam, & præcipue, ut superior theoria novum ex his lumen, novumque evidentiae gradum acquirat.

114. Cum igitur solis radium per foramen tertiam unciae partem latum in obscurum conclave admitteret, illum speculo vitreo concavo-convexo ad perpendicularum excipiebat, quod ad sphaeram tornatum erat semidiametrum habentem pedum quinque,

& unciarum undecim, & convexam sui partem argento vivo obductam habebat. Tum in ipso sphærarum centro, ad quas vitrum tornatum erat, hoc est, in distantia pedum circiter quinque, & unciarum undecim, chartæ scapum collocabat exiguo foramine pertusum, quod in illo ipso sphærarum centro situm esset, ut videlicet luminis radius ad speculum non nisi per foramen posset pervadere, ac proinde quidquid luminis regulariter reflecteretur, quemadmodum ad angulos rectos in speculi superficiem incidebat, ita & a speculi superficie ad angulos rectos reflexum, ad foramen ipsum undique remigraret.

115. Sed videlicet, uti jam initio monuimus, nullum est lumen, quod adeo regulariter reflectatur, ut non aliqua ejus portio irregulariter dispergatur in omnes partes. Id vel exinde constat, quod etiamsi speculum e latere inspiciamus, unde puncti radiantis imaginem intueri non liceat, tamen partem illam, in quam incidunt radii, ex majori luminis copia a continuis distinguimus. Itaque chartæ scapus, qui circa foramen nullum debuisset lumen excipere, ob hanc irregularem dispersionem aliqua & ipse luce micabat; sed quod maxime mirum accidit, lux ista in annulos coloratos se diffundebat, non aliter, quam circa maculam nigram in vitris objectivis, de quibus supra dicebamus, quamvis hi latius se explicarent, & dilutiores essent, quam illi.

116. Multum porro intererat, quænam esset distantia chartæ a speculo, aut distantia utriusque a fenestra. Etenim si charta distaret a speculo intervallo multo majori, vel minori, quam illo pedum fere 6, annuli continuo dilutiores fiebant, & evanidi. Et si speculum a fenestra magis aberat, quam eodem 6 pedum intervallo, ita se reflexum lumen explicabat ad distantiam sex pedum, ubi excipiebatur a charta, ut interiorum annulorum

unus, vel alter in eo delitesceret. Illud nimirum omnino necessarium erat, ut charta simul prope centrum cavitatis speculi sita esset, & simul prope focum, in quo radii per fenestræ foramen ingressi ab ipso speculo colligebantur, quorum utrumque simul obtineri non poterat, nisi charta foramini fenestræ proxima esset, & speculum a charta per suæ cavitatis semidiametrum distaret, in quo nimirum casu radii, qui regulariter reflectebantur, in ipsa charta colligebantur in exiguo circello solis imaginem referente, quod quidem ex primis refractionum, & focorum notionibus facile deducitur. Hunc idcirco speculi, & chartæ situm generaliter adhibitum a se Newtonus intelligi vult in hujusmodi observationibus, nisi contrarium quidpiam diserte moneat. Ceterum utcunque comparatæ res essent, annuli iidem quo se latius explicabant, eo languidiorem ostendebant colorem, adeo, ut quintus oculorum pene aciem effugeret, & lumine admodum intenso opus esset, ut sexti, & septimi languida quædam vestigia deprehenderentur.

117. Ordo, quo sibi mutuo succedebant horum annulorum colores, idem erat cum illo, qui in vitris objectivis, de quibus in superioribus actum est, non quidem illo, quem in reflexo lumine observaverat, sed quem in transmissio fuerat conspicatus. In communi omnium centro macula erat alba, rotunda, debili nitens lumine, & quæ paulo latius se diffundebat, quam luminis radius, qui regulariter reflectebatur; & quidem si ex ipsa speculi inclinatione radius hic a media macula paulisper amoveretur, facile dignoscebatur, albedinem illam ad centrum usque propagari. Hanc proxime ambiebat color leucophæus obscurior, & huic irides coloratæ succedebant, quarum colores a centro extrorsum numerati hoc ordine progrediebantur: in prima violaceus, & indicus parva portione; deinde cæruleus ab exteriori sui parte pal-

lescens, & in flavum exiguum viridescentem definens; hunc flavus clarior excipiebat, totamque rubeus claudebat seriem, exterius vergens in purpuram. In secunda ferie purpureus, cæruleus, viridis, flavus, rubeus clarior, rubeus purpurascens. In tertia viridis in purpuram vergens, viridis bonus, & rubeus clarior, quam præcedens. In quarta, & quinta viridis subcæruleus, quantum quidem oculorum sensu dignosci potuit, & rubeus.

118. Atque hi quidem erant annulorum colores, cum omnium generum radii in speculum inciderent: nihilo tamen minus cum pars horum annulorum clarissima lumine flavo in aureum vergente componeretur, diametros annulorum metiens Newtonus, qua parte clarissimi videbantur, perinde facere existimavit, quemadmodum & in superioribus usurpaverat, ut si annulos metiretur ab uno, eodemque radiorum genere, atque adeo ab illis efformatos, qui sunt in confinio aurei & flavi. Invenit autem eas diametros in unciiis, & unciae partibus, & ad distantiam sex pedum a speculo $1\frac{1}{16}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{8}$; quorum quadrata sunt quam proxime in progressionem arithmetica numerorum 1, 2, 3, 4, &c. & similiter cum diametros annulorum obscuriorum, qui his interjiciebantur, mensus esset, eas invenit $1\frac{3}{16}$, $2\frac{5}{16}$, $2\frac{2}{3}$, $3\frac{3}{8}$, quorum item numerorum quadrata sunt in progressionem arithmetica $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ &c. Quod si chartæ, aut speculi, distantia augeretur, vel minueretur, augebantur pariter, aut contrahebantur annulorum diametri, sed eadem manebat ipsarum ad invicem proportio. Unde si centrum ipsum albæ maculæ pro annulo infinite parvo habeatur, quadrata diametrorum in annulis lucidis erant 0, 1, 2, 3, 4, 5 &c, in obscuris $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ &c.

119. Hæc proportionum similitudo cum illis, quæ in annulis coloratis per vitra objectiva exhibitis deprehendebantur, jam

jam fatis indicabat, ab eadem hos causa pendere, a qua illi producebantur; sed ut rem accuratius compertam haberet, lumine simplici, & homogeneo utendum sibi esse hic etiam existimavit. Itaque cum ad fenestræ foramen prisma collocasset, ut in eo radius luminis refringeretur, & spectrum coloratum in chartam speculo oppositam projiceret, prismatis ipsius conversione efficiebat, ut alii seorsim post alios radii ad foramen appellerent, & per illud ad speculum trajicerentur. Id vero cum faceret, similem res habuit eventum, atque in superioribus experimentis. Nempe ubi lumen rubeum in speculum seorsim incideret, non alii apparebant luminis ad chartam reflexi annuli quam rubei, & nigri rubeis interjecti. Similiter cum lumen cæruleum in speculum projiceret, annuli tantum cærulei reflectebantur: & universim cujus essent coloris radii, qui ad speculum appellerent, eo tantum colore simplici, & homogeneo universi annuli constabant. Porro unius, ejusdemque coloris annuli diversi diametros habebant, quarum quadrata essent in progressionem arithmetica 0, 1, 2, 3, 4 &c; cum quadrata annulorum obscurorum essent $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $2\frac{1}{2}$, $3\frac{1}{2}$ &c. At in diversis coloribus unius, ejusdemque ordinis annuli inter se diversas habebant: minima erat in violaceis; maxima in rubeis, & in coloribus intermediis magnitudines item intermedias habebant, quæ progrediendo a violaceo ad rubeum perpetuis augerentur incrementis.

120. Atque hinc porro intelligebat, superiores annulos, cum omnia simul radiorum genera ad speculum transmitterentur, ex horum compositione exortos esse, & idcirco interius violaceo colore, exterius rubeo terminatos fuisse, quod illi minimo, hi maximo intervallo diffunderentur, nec ob aliam causam in recessu a centro colores eorundem continuo magis evanidos factos esse, ut demum oculorum aciem effu-

gerent, nisi quod in eo progressu compositio radiorum diversi generis continuo magis augebatur. Etenim in hoc casu, ubi nullus erat superpositioni locus, annulos distinctius, & majori numero intueri poterat, ad octo nempe, aut etiam decem; & in ipso casu superiori, ubi quartam, & quintam iridem vix poterat discernere, si per prismata inspiceret, totidem ferme, quot nunc, dinumerare valebat, superpositione illa per inæqualem prismatis refractionem imminuta.

121. Porro cum inter se compararet ejusdem ordinis annulos, quos exhiberent confinium rubei, & aurei, & confinium indici, & cærulei, eorum diametros invenit eam circiter inter se proportionem habere, quam 9 ad 8 (difficile enim erat has dimensiones accuratas obtinere in ipsis extremis violaceis, & rubeis); in reliquis autem coloribus hoc tantum adnotavit, majorem esse magnitudinum differentiam in rubeis, flavis, & viridibus ejusdem ordinis annulis, quam in viridibus, cæruleis, & indicis: unde iterum hic redit ea, quam in superioribus quoque adnotaveramus, dimensionum oppositio cum illis, quæ in spectro colorato per refractionem exhibito deprehenduntur. In illo enim cum se maxime violaceus color explicaret, minime rubeus, summa differentiarum refractionum violacei, cærulei, & viridis, sive $G\epsilon$ (in Fig. 3) major erat, quam summa differentiarum refractionum viridis, flavi, & rubei nM ; hic autem, ubi maxima est in annulis ejusdem ordinis rubeis diameter, minima in violaceis, summa differentiarum rubei, flavi, & viridis major est, quam summa earundem in viridi, cæruleo, & violaceo lumine: unde cum ibi medium arithmeticum inter $G X$, & $M X$ caderet in confinium cærulei, & viridis; hic inter viridem, & flavum cadit. Quod si quis in eadem figura colorum ordinem invertat ita, ut intervallum $G\lambda$ rubeo respondeat, & αM violaceo, velit au-

tem invenire proportionem aliquam inter longitudes illas $G X$, λX &c., exprimentes diversas radiorum refractiones, & longitudes illas, quibus exprimi possint diametri annulorum, quos in una, eademque vice colorum confinia exhibent in re præfenti, id poterit efficere aut accurate, aut quam proxime, si ponat eandem habere inter se rationem differentias harum diametrorum, quam habent inter se differentiae refractionum $G \lambda$, $\lambda \iota$ &c., inverfo tamen colorum ordine, ut dicebamus. Hoc enim pacto comparando differentias diametrorum, quæ in prædictis colorum confiniis inventæ sunt, cum differentiis refractionum in eorundem radiorum confiniis, pro casu refractionum inveniet easdem diametrorum differentias pro extremis violaceis, & rubeis, atque exinde totas annulorum in hujusmodi radiis diametros; harum autem ratio inter se cum ea comparata, quam habent pariter inter se longitudes $G X$, $G M$ in primo casu, quæsitam proportionem definiet.

122. Sunt nempe, posita $G X = 1$, segmenta rectæ $G M$, ubi ea exprimunt refractionum differentias, $G \lambda = \frac{1}{9}$, $\lambda \iota = \frac{1}{18}$, $\iota \eta = \frac{1}{12}$, $\eta \varepsilon = \frac{1}{12}$, $\varepsilon \gamma = \frac{1}{15}$, $\gamma \alpha = \frac{3}{80} = \frac{1}{27}$, $\alpha M = \frac{1}{16}$. Itaque si diameter annuli in confinio rubei, & aurei dicatur $9 A$, & diameter ejusdem in confinio cærulei, & indici γX dicatur $8 A$, & quærat differentia annulorum, quos exhibet confinium aurei, & rubei, & rubeum lumen extremum; erit ut $\lambda \gamma (\frac{1}{18} + \frac{1}{12} + \frac{1}{15} = \frac{2}{7})$ ad $G \lambda (\frac{1}{9})$, ita $9 A - 8 A$ ad differentiam quæsitam $\frac{7}{8} A$. Similiter si fiat, ut $\lambda \gamma$ ad $\gamma M = \frac{1}{15}$, ita $9 A - 8 A$ ad quartum, habebitur differentia annulorum, quos exhibent extremum violaceum, & confinium cærulei, & indici, $= \frac{7}{5} A$. Jam si ad $9 A$ differentia adjiciatur primo inventa, & ab $8 A$ detrahatur differentia altera, habebitur diameter annuli extremi rubei ad diametrum annuli ejusdem ordinis, quem exhibet extremum violaceum, fere ut $9 A + \frac{7}{8} A$ ad $8 A - \frac{7}{5} A$, five

ut $1\frac{5}{8} A$ ad $1\frac{5}{2} A$: ac proinde ut 3380 ad 2754, quæ quidem proportio modice differt a ratione subtriplicata illius, quæ est inter $G X$, & $G M$ in casu refractionum, five 1 ad $\frac{1}{2}$. Nam si pro 1 ponatur 1000, & pro $\frac{1}{2}$, 500, illius radix cubica est 10, & radix cubica hujus est numerus multo propius accedens ad 8, quam ad 7 & numerorum, qui inventi sunt, ratio est ferme ut 10 ad 8. Itaque si recta $G X$ exprimat annuli diametrum, quam exhibet in una aliqua vice extremum rubeum, ut habeantur diametri annulorum, quos exhibent in eadem vice confinium rubei, & aurei; confinium aurei, & flavi, sic deinceps; sumere oportet rectas $G X$, λX , ιX &c. in ea ratione, quam habent inter se radices cubicæ numerorum exprimentium chordæ longitudines illas, quibus voces redduntur musicæ in octava progrediente per tertiam minorem, & sextam majorem, quas ipsi (*Fig. 3*) adscripsimus. Ubi iterum redit analogia inter hos annulos, & illos, qui in vitris objectivis sunt observati; nam in illis quadrata diametrorum erant ut radices cubicæ quadratorum illarum quantitatum, ac proinde diametri ipsæ ut radices cubicæ quantitatum earumdem.

123. Quod si jam ipsum speculum intuens, non chartam, ibi oculum constitueret, ubi annuli in chartæ scapo apparebant, & inde speculum intueretur, ejus faciem eorumdem colorum fasciis distinctam intuebatur, quorum erant zonæ annulares in bullis, aut annuli in vitris objectivis superiorum observationum. Ejusmodi zonas diligenter oportet distinguere ab annulis, qui in charta depingebantur. Illorum enim commune centrum erat in ipsa charta in ea recta, quæ a foramine fenestræ ad speculum ducebatur, ubi speculum perpendiculariter ad illam ipsam rectam collocatum fuisset, atque adeo in ipso chartæ foramine, circa quod annuli porrigebantur in gyrum. At harum zonarum centra erant in recta linea jungente centrum foraminis chartæ cum oculo

ita, ut aliarum alia essent centra, & illi rectæ perpendicularia essent plana arcuum circularium easdem terminantium. Hinc centra ipsa erant in recta linea constituta, quæ jaceret in chartæ plano, si oculus in eodem situs esset, in recta vero vel supra id planum extante ad partes oculi, vel ultra ipsum demersa, prout oculus citra chartæ planum jaceret, vel ultra: & ob hanc ipsam causam fascias, non annulos Newtonus appellavit. Eas exprimit (*Fig. 10.*). Sit in ea C locus foraminis chartæ, G situs oculi, $Q M$ recta per C & G ducta, D polus segmenti sphaerici $H T F V$, cujus formam habet speculum, & planum $Q D M$, quod ipsi speculo perpendiculare erit, occurrat ipsius speculi superficiei in arcu $T D$, cujus arcus continuatio usque ad rectam $Q M$, si-ve ejusdem plani intersectio cum toto hemisphaerio, ad cujus radium speculum tornatum est, & cujus punctum D est pariter polus, sit semicirculus $Q T D V M$. Quod si ergo polis M & Q arcus circularis duci intelligatur ejusdem sphaeræ segmento interceptus $H D I$, & alii plures hinc & inde eodem polo ipsi paralleli, ut $E F$, $K L$; hujusmodi circuli eas fascias terminabunt. Patet autem, ut parallelorum omnium in armillari sphaera, ita hic horum circulorum centra fore in eorum axe $Q M$.

124. Porro quemadmodum annuli a vitris objectivis exhibiti pro varia oculi positione magnitudine varia videbantur, cum sese contraherent, aut dilatarent, prout oculus ultro, citroque movebatur, ita & in his fasciis contingebat. Notandum est autem, quod ut hi fasciarum colores manifesti fiant, experimentum capere oportet non per Solis radium delatum ad speculum, sed per lumen nubium a foramine ad speculum propagatum, contra quam in illis circulis accidit circa chartæ foramen descriptis. Illic enim nisi vividum solare lumen in speculum incurrat, ut inde reflectatur in chartam, ex

qua iterum reflecti debet ad oculum, satis sensibile non evadit, at hic, ubi post primam in speculo reflexionem ab oculo excipitur, nubium quoque lumen erraticum illud, ac irregulariter reflexum est admodum sensibile, si seorsim spectetur. Sed si quando Solis radius inter nubes intermicans in speculum incidat, hujus quidem lumen super ejus superficie ejusdem coloris apparet cum illo, cujus erat fascia, in quam incidit, verum immodico illo splendore suo reliquos omnes obruit colores, prorsus ut in bulla contingit, si in eo situ spectetur, in quo Solis imaginem ad oculum possit reflectere.

125. Jam quod mercurius, quo posterior speculi facies erat obducta, nihil ad hæc phænomena conferret, nisi quatenus augendo reflexionem annulorum colores intendebat, exinde constabat, quod eo deterfo, adhuc annuli apparebant, quamvis multo languidiores, quam antea. Sed neque a prima tantum speculi facie pendeant, quando quidem speculum metallicum vitreo substitutum, iisdem exhibendis inutile deprehendebatur, nec quidquam sane conferre poterat in ipso speculo vitreo mercurius ad hos colores intendendos, si penderent a reflexione, quæ in prima superficie perageretur. His addendum, quod mutata speculi profunditate, ac proinde utriusque superficie distantia, mutabantur annulorum dimensiones. Cum enim primo uteretur speculo, quod $\frac{1}{4}$ unciae partem profundum esset, aliud cepit pariter vitreum ad eandem, quam prius, sphaeram utrinque tornatum, cujus profunditas esset partium quinque ex his, quarum duæ, & sexaginta in uncia continentur. Invenit autem in hoc casu diametros trium priorum annulorum, quâ parte ipsorum orbitæ clarissimæ videbantur, intervallo sex pedum a vitro, unciarum 3, $4\frac{1}{3}$, $5\frac{1}{8}$, cum eadem prius essent unciarum $1\frac{1}{8}$, $2\frac{3}{8}$, $2\frac{1}{2}$. Quod si proportio comparetur, quam habuerunt inter

se speculorum profunditates, cum iis, quas habuerunt inter se annulorum ejusdem ordinis diametri, invenientur in ratione reciproca subduplicata profunditatum. Erant enim hæ, ut $\frac{1}{4}$, $\frac{5}{62}$, ac proinde ut 31 ad 10, five ut 3100000000 ad 100000000, quorum numerorum radices sunt 17607, & 10000; & ut prima radix ad secundam, ita annulorum diametri in secundo casu ad diametros eorundem in primo.

126. Tanta igitur horum phænomenorum similitudo cum iis, quæ in exilioribus lamellis sunt observata, manifesto portendit, unam esse eandemque horum colorum causam, quamvis diversa ratione agentem pro diversa conditione laminæ crassæ continentis plura intervallorum millia a conditione laminæ exilis exiguum eorum numerum continentis. Sed ut id ipsum multo magis manifestum fiat, sit (*in Fig. 11*) centrum speculi in ipso chartæ foramine in *C*, *CA* recta occurrens primæ speculi superficiei in *F*, secundæ in *A*, atque intersectio plani cujusvis per eandem transeuntis cum charta sit recta *QP*, cum binis vero speculi superficiebus sint arcus *MAN*, *mFn*. Ac primo quidem unicus radius unius determinati coloris consideretur, ex. gr. rubeus per rectam *CA* delatus ad *F*.

127. Hujus radii pars, quæ in ipso appulsu ad *F* fuerit in vicibus facilioris reflexionis, partim regulariter reflectetur in *C*, partim irregulariter dispergetur circa punctum *F*, prout fuerit vel circa maximam dispositionem ad reflectendum, vel circa limites. At ea pars ejusdem radii, quæ in appulsu ad primam superficiem fuerit in vicibus facilioris transmissus, progredietur fere tota, paucis irregulariter dispersis radiis, per rectam *FA* ad posteriorem speculi superficiem ita, ut in ipso appulsu ad punctum *A* ob lamellæ crassitudinem juxta num. 53 partim futura sit in vicibus

facilioris transmissus, & trajiciatur intra mercurii particulas absorbenda, partim circa maximam vicis oppositæ dispositionem, & regulariter reflectatur, partim circa limites irregulariter. Has duas tantum postremas partes, quas radios item appellabimus, considerare oportet, omittis reliquis. utpote inidoneis ad ea, de quibus agimus, phænomena.

128. Quotquot ergo radii e posteriori vitri superficie regulariter reflectuntur, redibunt ad priorem superficiem per eandem rectam AF , eandemque habebunt in ipso appulsu ad F dispositionem, quam ubi primum eo fuerant in aere delati, habuerunt. Nam in eadem illa via percurrenda intervallorum numerus erit idem, debet autem in itu esse impar, cum in F fuerit facilioris transmissus, in A reflexionis, adeoque & in reditu erit itidem impar, habebuntque radii in F per num. 65. dispositionem illam facilioris transmissus, quæ ibi prius habebatur. Omnes ergo radii regulariter reflexi transmittentur: & quidem hoc idem accidet omnibus radiis cum quacunque inclinatione regulariter reflexis in secunda superficie laminæ planis accurate parallelis terminatæ, ob inclinationem & longitudinem viæ in itu, & reditu æqualem, & æqualem pariter intervallorum numerum, & magnitudinem.

129. At qui irregulariter reflectuntur in A , deferentur itinere obliquo per alias rectas, ut AH . Hi longiorem quidem habebunt viam AH , sed ob ejusdem obliquitatem habebunt etiam multo longiorem mensuram unius intervalli juxta ea quæ demonstravimus num. 105: nam hic exigua particula FH ingentis circuli considerari poterit ut rectilinea. Quare minor erit intervallorum numerus in ejusmodi linea obliqua, quam in illa perpendiculari. Ac primo quidem per aliquem tractum circa F nondum deerit intervallum integrum, & radii aliquamdiu transmitti pergent;

gent; sed aucto paulatim angulo $F A H$ devenietur primum ad loca, in quibus deerit unum intervallum, & retro incipient intra vitrum reflecti, deinde ad loca, in quibus deerunt bina intervalla, & iterum incipient transmitti, atque ita porro crescente angulo alii radii reflectentur, alii transmittentur per vices continuas, idque non in unico plano $F A N$, sed circumquaque in omnibus circa axem medium $A F$.

130. Patet igitur, radios illos regulariter reflexos in A , & alios parum circumquaque inclinatos ad F delatum iri ad ipsum foramen C , & ibi circa ipsum in plano chartæ maculam coloris sui efformaturos (rubeam nimirum in casu nostro) five circularem siquidem eidem plano infistat recta $C A$ ad angulos rectos, five ellipticam, si ad angulos obliquos. At circa hunc orbem coloratum annulus se niger diffundet angulo illi respondens, in quo unum vicium intervallum deerat, & aliis hinc inde modice ab eodem distantibus. Nam illi radii retro reflexi non deferuntur ad eam chartæ partem, quæ proinde iis destituta nigrescet, & nigricante annulo rubeam maculam ambiet. Rursus circa hunc annulum obscurum alius itidem rubeus apparebit a radiis genitus, qui duobus deficientibus intervallis emerferunt, & huic alter obscurus succedet radiorum defectui respondens, qui tribus deficientibus reflexi sunt ad posteriorem speculi superficiem: atque ita porro alternatim haberi debebunt annuli obscuri, & rubei circulares, vel elliptici, qui tamen, quo magis recedent a medio, eo erunt dilutiores, tum quia in lumine illo erratico multo major habetur radiorum copia prope radium regulariter reflexum, quam procul ab ipso, tum quia annuli, quo majorem habent diametrum, eo ampliores sunt, & proinde eo magis in ipsis lumen distrahitur, & attenuatur. Quod autem metuere quis posset, ne forte hos annulos turbare debeant alii radii ex foramine C ad alia speculi puncta delati (de-

fertur autem tota solis imago, quæ angulum circiter dimidii gradus subtendat, quanta est apparens ejusdem diameter, ac proinde in speculo semidiametri pedum sex spatium occupet dimidio pollice majus) hoc illum metu in sequentibus liberabimus, ubi ostendemus, quod si C fuerit centrum circulorum MN , mn , omnes annuli circulares vel elliptici ejusdem ordinis orti a punctis speculi non nimis distantibus ad sensum congruent; idque adeo in causa est, cur ea potissimum chartæ, & speculi positio haberi in ejusmodi experimentis debuerit.

131. Porro quæ de annulis genitis a rubeis radiis dicta sunt, facile ad aliorum colorum radios transferuntur, inæqualibus tamen existentibus annulorum consimilium diametris, & amplitudine in coloribus diversis. Cum enim alii aliis minorem habeant intervallorum magnitudinem, citius etiam & in minori distantia ab AF incipient amittere unum intervallum, duo, tria, & sic deinceps ac proinde radii magis refrangibiles minoris diametri habebunt annulos, & violacei quidem minimos, rubei vero maximos. Inde autem etiam fiet, ut ipsi minus refrangibilium colorum radii minus latos habeant annulos. Nam cum decimus ex. gr. eorum annulus minus extendatur, quam decimus rubeorum, decem illorum annuli minorem amplitudinem inter se dividunt, quam eorum annuli decem, adeoque illorum singuli minus ampli sunt, quam singuli posteriorum.

132. Et hæc quidem pertinent ad singulas colorum species. Si jam radius solis integer in ejusmodi speculum incurrat, singuli colores suos efficient annulos, qui, cum diversæ magnitudinis esse debeant, superponentur, & commiscebuntur, variasque Iridum series efformabunt, & varios colores compositos, prorsus ut in lamina aerea vitris conclusa, vel in bulla aquea ex simili conjunctione colorum supra vidimus accidere: at circa C habebitur albor ex omnium colorum commixtione ortus, non macula obscu-

ra, & alborem consequentur colores primo quidem minus, deinde magis commixti, donec iterum omnes simul permixti albedinem gignant. Supereſt, ut oſtendamus, qua ratione ſingulorum annulorum pro coloribus ſingulis amplitudines determinare liceat ex data craſſitudine laminae, ratione ſinuum incidentiae, & reſractionis, & ſemidiametro ſphaerae, ad quam tornatum eſt ſpeculum; ut videlicet hic etiam habeatur ratio omnes minutiffimas licet phaenomenorum circumſtantias exigendi ad id, quod ope Geometriae & calculi theoria ſuppeditat, quemadmodum in exilium lamellarum coloribus praetitiſimus. Id autem facile obtinebimus per ſequentis Problematis ſolutionem.

P R O B L E M A III.

Data in Fig. 11 craſſitudine AF ſpeculi vitrei binis ſuperficiebus parallelis terminati MN , mn , quarum commune centrum ſit in C , eo intervallo ab interiori ſuperficie mn , ut craſſitudo, & amplitudo ſpeculi ad ſemidiametrum exiguam habeat rationem, & poſita ratione ſinus incidentiae ad ſinum reſractionis ex vitro in aerem ut p ad $p + q$: invenire viam radii AH oblique reflexi in A , & reſracti in H per HP , in quo radio numerus intervallorum vicium per AH ad numerum eorundem per AF ſit in ratione data $n - r$ ad n .

133. **S**Ecetur ſpeculi craſſitudo AF in E ita, ut ſit AE . AF : : $n - r$. n . Erit utique numerus intervallorum in AE idem, ac numerus eorundem in AH . Quod ſi per punctum H ducatur recta LK ad ſuperficiem normalis, & ob exiguam rationem arcus FH ad ſemidiametrum, proxime parallela

radio AC , erit angulus incidentiæ AHK ex vitro in aerem proxime æqualis alterno FAH , & producto radio emergente PH in D , erit angulus refractus LHP proxime æqualis interno FDH . Jam vero si ex aere in vitrum devenisset per rectam PH , debuisset refringi per HA , adeoque angulus incidentiæ esset LHP , refractionis AHK , igitur angulus FDH , & FAH , qui illis æquantur, ita inter se comparati erunt, ut illo existente angulo incidentiæ ex aere in vitrum, hic sit angulus refractionis. Erit igitur sinus FDH ad sinum FAH , ut $p + q$ ad p , adeoque si angulus inter hos medius sit is, cujus sinus sit prima e 106 mediis arithmetice proportionalibus inter sinum FAH , & FDH , adjecta valori p exprimenti priorem ex iis angulis non tota differentia q , sed $\frac{1}{107}$ ejus parte, exprimetur sinus anguli ipsius FBH per $p + \frac{1}{107} q$. Cum sit vero AE crassitudo vitri requisita ad habendum in transitu perpendiculari eundem numerum vicium, qui habetur in transitu obliquo per AH , nimirum $n - r$, erit juxta num. 105 ut radius ad secantem illius anguli FBH , ita AE ad AF , nimirum $FB : BH :: n - r : n$.

134. Fiat igitur ut $n - r$ ad n , ita radius ad secantem cujusdam anguli; & is erit angulus ille medius FBH ; ex quo invenitur angulus FAH , si fiat $p + \frac{1}{107} q$ ad p , ita sinus anguli FBH ad sinum quæsitum FAH , qui determinabit directionem radii oblique reflexi AH intra vitrum. Quod si demum fiat, ut $p + \frac{1}{107} q$ ad $p + q$, ita sinus ejusdem anguli FBH ad quartum, is erit angulus FDH , five CDP , quem intra speculi crassitudinem continebit radius emergens HP cum directo CA , & determinabit amplitudinem circuli, quem radius habens per AH numerum vicium $n - r$ circumquaque in speculo sphaerico circa AF , describet in plano circa C perpendiculari ipsi AC . Quod erat Inv.

135. Assumpsimus in solutione rationem $B F$ ad $B H$ eandem esse cum ratione radii ad secantem anguli $F B H$. Id quidem accurate verum non est, sed sine ullo errore sensibili potest assumi, ubi speculi crassitudo, & amplitudo exiguam habet ad semidiametrum $C F$ rationem. Si enim circa punctum B intervallo $B H$ circulus describatur occurrens radio $C F$ producto in G , & g , & ex puncto H recta duci intelligatur ad radium normalis, quæ eidem occurrat in i , erit $H i$ sinus utrique circulo $m n$, $G H g$ communis, & $B i$ ad $B H$, ut radius ad secantem ejus anguli accurate, adeoque $F i$ totus error admissus, cum pro $B i$ assumpta est $B F$. Est autem $H i^2 = G i \times i g$, & rursus $H i^2 = F i \times (2 C F - F i)$ ac proinde $G i \times i g = F i \times (2 C F - F i)$, & $2 C F - F i. G i :: g i. F i$. Patet autem $G i$ ad radium $G F$, & multo magis ad $2 C F - F i$ habere rationem exiguam, si nimirum numerus r vicium, quæ defunt, sit exiguus, & idcirco exiguus angulus $F D H$, & arcus $F H$. Igitur & $F i$ erit exigua respectu $g i$, & respectu $B g$, vel $B H$ majoris ejus dimidio, quam ibi patet etiam respectu $G i$ exiguam fore. Potuit igitur contempta $F i$ sumi $B F$ pro $B i$ sine ullo errore sensibili.

136. Cum autem sit exiguus angulus $F D H$, erunt exigui & anguli $F B H$, $F A H$. Quare rectæ $A F$, $B F$, $D F$ erunt ad se invicem proxime ut $A H$, $B H$, $D H$, quæ sunt reciproce, ut sinus angulorum positorum in A , B , D : hoc est in ratione reciproca data ipsarum p , $p + \frac{1}{157} q$, $p + q$.

137. His animadversis, generalis formula est invenienda, qua exprimatur amplitudo annuli $C P$ pro quovis dati generis radio, pro data vitri crassitudine, numero vicium, & distantia superficiei $C P$ a speculo: exinde enim constabit, quænam futura sit illius amplitudinis variatio, eorum quolibet immutato;

simulque intelligetur an ex Theoria talia consequantur phænomena, qualia sunt observata.

138. Sit speculi crassitudo $FA = a$, longitudo unius intervalli in dato quovis radiorum genere ad perpendicularum incidente in datum medium fit b , eritque numerus intervallorum in AF , five $n = \frac{a}{b}$, & quoniam $BF. AF = a :: p. p + \frac{1}{107}q$, erit $BF = \frac{a p}{p + \frac{1}{107}q}$. Rursus cum fit $BF. BH (= BG) :: n - r. n$; erit etiam $BF. BG - BF (= FG) :: n - r. r$, ac proinde $FG = \frac{a p r}{(n - r) \times (p + \frac{1}{107}q)} = \frac{a p r}{n \times (p + \frac{1}{107}q)}$ ob r respectu ipsius n , ut supponimus, admodum exiguum. Hinc habetur $FH^2 = 2 BF \times FG = \frac{2 a^2 p r}{n \times (p + \frac{1}{107}q)^2}$: & cum fit $AF. DF :: p + q. p$; erit $DF = \frac{a p}{p + q}$. Demum $DF. FH :: DC. CP = \frac{DC \times FH}{DF}$ ac proinde $CP^2 = \frac{DC^2 \times FH^2}{DF^2}$, ubi si distantia CD dicatur d , & pro DC , & FH ponantur valores jam a nobis inventi, & pro n ponatur $\frac{a}{b}$, erit $CP^2 = \frac{2 a^2 d^2 p^2 r}{\frac{a}{b} \times (p + \frac{1}{107}q)^2 \times \frac{a^2 p^2}{(p + q)^2}} = \frac{2 b d^2 r \times (p + q)}{a \times (p + \frac{1}{107}q)^2}$.

139. Jam vero ope hujus formulæ facile invenientur omnia, quæ pertinent ad absolutas eorum annulorum mensuras, & ad mutuas eorum relationes, quæ obveniunt utcunque mutatis valoribus illis, qui formulam ipsam constituunt. Maneant primo omnia reliqua, & mutetur tantummodo numerus r , quo intervalla vicium in reflexo radio AH distant ab earum numero, quæ fuerant in FA . Erit prædicta formula, ut ille ipse numerus r , qui in ea variabitur solus, & in numeratore solo invenitur cum unica solum dimensione r ; & quoniam hic numerus variatur in

progreſſione arithmetica, ſiquidem reflectuntur alternatim radii, & tranſmittuntur, prout deficiunt a numero vicium in $F A$ per numeros impares, aut pares; patet theorema obſervationibus congruens, nimirum:

Si radii unius, ejusdemque generis a poſteriori ſuperficie ſpeculi irregulariter reflexi emergant alternatim e priori ſuperficie, & reflectantur; quadrata diametrorum in annulis coloratis, quos emergentes efformabunt in plana ſuperficie ad ſpeculi diametrum normali, erunt in progreſſione arithmetica, & in arithmetica progreſſione erunt pariter quadrata diametrorum in annulis obſcuris interjectis ob defectum radiorum, qui reflectuntur.

140. Rurſus ſi, manentibus reliquis, mutetur diſtantia $D C = d$, erit ea formula quadratum ſemidiametri exprimens, ut d^2 quadratum diſtantiæ, adeoque diameter annuli $C P$, ut ipſa diſtantia. Quare

Erunt in eodem caſu diametri annulorum unius, ejusdemque ordinis, quos unius certi generis radii efformabunt in ſuperficie corporis opaci ad ſpeculi diametrum normali, & in diverſis ab ipſo ſpeculo diſtantiis in ratione ſimplici ipſarum diſtantiarum.

Tertio: ſi maneat craſſitudo vitri, diſtantia $D C$, & numerus r , mutetur autem radiorum genus, manent in ea formula a , d^2 , r , variantur autem b , p , & q , unde erit $C P^2$, ut $b \times \frac{(p+q)^2}{(p+\frac{1}{107}q)^2}$. Et quoniam in hac ipſa quantitate ob valorem q in diverſis radiis modice immutatum fractio manet ad ſenſum eadem, erit quam proxime $C P^2$, ut b , ſeu $C P$ ut $\sqrt{b}$. Nempe

Diametri annulorum unius, ejusdemque ordinis in diverſi generis radiis in idem ſpeculum incidentibus, ſunt in ratione ſubduplicata longitudinis intervallorum; & cum longitudines intervallorum in colorum confiniis ſint ut radices cubicæ quadratorum earum chordæ longitudinum,

quibus redduntur voces in octava progrediente per tertiam minorem, & sextam majorem, erunt diametri annulorum unius, ejusdemque ordinis in confiniis rubei, & aurei; aurei & flavi, & ita porro, ut radices cubicae eorum numerorum $1, \frac{8}{9}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{9}{16}, \frac{1}{2}$.

141. Demum, si manentibus reliquis mutetur speculi crassitudo, mutabitur in formula tantummodo a , eritque $C P^2$ ut $\frac{1}{a}$, $C P$ ut $\sqrt{\frac{1}{a}}$. Nempe

Si unius, ejusdemque generis radii in diversæ profunditatis speculis irregulariter reflexi ad easdem a speculis distantias excipiantur, erunt annulorum unius, ejusdemque ordinis diametri in ratione inversa subduplicata profunditatum.

142. Atque ita quidem harum quantitatum relationes tales ex theoria consequuntur, quales fuerant ab experimentis exhibitæ. Nunc si in absolutis quoque periculum fiat, non minor consensus deprehendetur. Erat speculi profunditas $a = \frac{1}{4}$ uncia, distantia chartæ a speculo d sexpedum, aut unciarum 72. Posita autem ratione sinus incidentiæ ad sinum refractionis ex vitro in aerem, ut 11 ad 17 (quæ ratio potest hic eadem pro omnibus retineri, cum mutato parum admodum valore q respectu p ratio $\frac{p+q}{p+\frac{1}{107}q}$ nihil ad sensum mutetur, nec formulæ valorem mutare possit), erit $p = 11$, $q = 6$, & $p + \frac{1}{107}q = 1\frac{183}{107}$: demum cum fit intervallum unius vicis in confinio aurei, & flavi in aere $\frac{1}{17\frac{1}{8000}}$, erit intervallum ejusdem in vitro $= \frac{11}{17 \times 178000} = \frac{1}{275091}$. Sumantur jam logarithmi $(p+q)^2 = (17)^2$, & $(p + \frac{1}{107}q)^2 = (\frac{1183}{107})^2$, nec non $d^2 = (72)^2$, & $a = \frac{1}{4}$, & habebitur logarithmus valoris $2 d^2 \times (p+q)^2$ divisi per $a (p + \frac{1}{107}q)^2 = 4.9914509$, qui manentibus distantia, speculi profunditate, & ratione finuum refractionis, & incidentiæ, idem ubique manet. Jam si pro r suc-

cessi-

cessive substituantur 2, 4, 6, 8, quæ sunt vices, quibus deficiunt a vicium numero in AF radii emergentes ad primum, secundum, tertium, & quartum anulum efformandum, & pro intervallis b in diversis radiorum generibus diversi sumantur valores sui, invento logarithmo quantitatis $b r$, habebitur pro quovis annulo cujuscunque coloris logarithmus totius formulæ $\frac{2 b d^2 r \times (p + q)^2}{a \times (p + \frac{1}{16} q)^2}$, cujus dimidium erit logarithmus valoris PC , five semidiametri annuli ipsius. Inito calculo invenientur ipsæ semidiametri, eruntque diametri harum duplæ, in primo, secundo, tertio, & quarto annulo, quos quidem efficiunt radii in confinio aurei, & flavi 1. 691, 2. 392, 2. 930, 3. 383, qui numeri cum dimensionibus inventis $1 \frac{1}{16}$, $2 \frac{3}{8}$, $2 \frac{1}{12}$, $3 \frac{3}{8}$, ita consentiunt, ut nulla interveniat differentia, quæ non sit omnino contemnenda.

143. Quod si jam liberet diametros annulorum in omnium colorum confiniis supputare, non difficile esset singulorum in quavis serie amplitudinem definire, atque inde superpositionem, & colorem ex eadem emergentem; immo & scala construi poterit illi similis, quam pro lamellarum profunditate (*in Fig. 8*) construximus, cum duplici tamen discrimine. Primum est, quod recta $G X$, quæ ibi dividebatur in ea ratione, quam habent inter se radices cubicæ quadratorum 1, $\frac{8}{9}$, $\frac{5}{6}$ &c, nunc ita erit dividenda, ut segmenta sint in ratione, quam habent radices cubicæ ipsorum numerorum simplicium; quandoquidem hæc est ratio, quam habent inter se ejusdem ordinis annulorum diametri in prædictis colorum confiniis. Alterum discrimen est, quod ibi quidem assumpto intervallo coloris violacei extremi, dividebatur recta $M F$ in serie continua arithmetica 1, 2, 3, &c, quia in eadem lamellæ pellucidæ profunditas progrediebatur, quæ in cer-

P. Benvenuti de Lumine

ta vice radios reflecteret, vel transmitteret. At nunc, ut eadem recta exhibeat diametros annulorum, quos exhibent extremi radii violacei in suo quilibet ordine, oportet talia rectæ MF segmenta assumere, ut sint ut $1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}$ &c, si quidem non diametri, sed diametrorum quadrata sunt in serie naturali numerorum, ac proinde diametri ipsæ sunt ut eorundem radices.

144. Sed hæc facile perficient, quibus otium suppetet, & voluntas; nunc quod hoc loco præcipue agebamus, ut totam vicium Theoriam ex hoc novo phænomeno iterum deduceremus, tam abunde præstitit Theoriæ cum observationibus in prædictis dimensionibus consensus, ut ii solum, quibus ignotus est Geometriæ, & calculi fermo, dubitare possint, sitne idem futurus consensus, si ad colorum successionem explorandam adhibeatur. Consensum autem ejusmodi nequaquam turbant radii illi a prima superficie reflexi, & radii in ingressu in primam superficiem irregulariter refracti, tum inde reflexi, cum utrique sint multo pauciores, quam qui e superficie mercurio obducta adveniunt, & posteriores adhuc idem præstare debeant in suo regressu in iisdem inclinationibus, quod ii, de quibus locuti sumus.

145. Præterea alia duo ad hanc Theoriam illustrandam omnino nequeunt prætermitti, quorum alterum pertinet ad annulorum colores in charta illa depictos, alterum ad colores, quos oculus in ipso speculo intuetur in illis fasciis, quarum phænomenum supra etiam exposuimus.

146. Quod ad primum attinet, consideravimus hætenus annulos genitos radiis, qui irregulari reflexione divelluntur ab unico radio CA ad repagulum QP perpendiculari: sed quum præter hunc radium plures alii in speculum incurrant, qui circa centrum foraminis C tamquam a puncto radian-

te se in orbem diffundunt, ut supra monuimus, & radius in quamvis speculi particulam incurrens suos in eadem charta annulos efformet, videndum, quo pacto fiat, ut annuli lucidi ab una particula efformati, ubi etiam unius tantummodo coloris radii in speculum incurrunt, non incidant in annulos nigros, ac proinde non tota charta eodem uniformi colore perfundatur, ac integro radio albo in magnam speculi partem incidente coloribus omnibus superpositis tota itidem non albescat.

147. Ut idipsum planum fiat, (*in Fig. 11*) fit $T X V$ sectio segmenti sphaerici facta plano ducto per ejus axem $C X$, ac ex centro C sphaerae, ad quam ipsum tornatum est, digressi unius certi generis radii $C A$, $C B$, $C D$, $C E$, $C F$ partim ab ejus posteriori superficie regulariter reflexi resilire cogantur ad centrum ipsum, partim irregulariter dispergantur in planum perpendiculare ipsi axi $C X$, cujus sectio cum plano $T C F$ fit recta $N C L$; & quaeratur spatium, per quod in eo plano sese diffundent, quotquot e speculo emergunt eodem numero vicium deficientes ab iis, quae sunt in speculi profunditate $X Z$; hi enim sunt, qui si aliquanto majus occupent spatium, confusionem parient, aliorum claris annulis in aliorum obscuros incidentibus, & totam turbabunt rem.

148. Primo quidem fit (*in Fig. 12*) angulus $C D O$ aequalis illi $C P D$ (*Fig. 11*), in quo nimirum prodit radii $C Z X$ pars illa, quae certum circulum certi annuli exhibere debet, & ipsi perpendicularis agatur $C Q$, tum centro C , intervallo $C Q$ describatur circulus occurrens rectae $N L$ in H , & G . Patet, si ex quovis puncto A ducantur ad eum circulum tangentes $A S$, $A I$, occurrentes ipsi rectae $N L$ in M , L , radios directionibus $A M$, $A L$, prodeuntes e speculo, & pertinentes ad radium $C A$ exhibituros eandem luminis partem ad eundem annulum pertinentem; cum nimirum ob perpendiculara $C I$, $C S$ aequalia eidem radio cir-

culi CQ , & inter se, anguli CAI , CAS æquales sint eidem angulo CDQ , existentibus CS , CI , CQ , finibus eorum angulorum ad sinus totos æquales CA , CD , unde etiam consequitur, omnes angulos ACI eidem DCQ æquales esse. Verum ii radii, qui circumquaque circa axem AC superficiem conii recti describent, ut radii AI , AS , in plano NL non describent circulum, sed ellipsim quandam, cujus axis transversus ML , ordinata autem per C æqualis duplæ CO ; quod ex conicis facile patet.

149. Minimam autem in recta NL radii in eo angulo incurrentis distantiam, patet, fore semidiametrum CG , vel CH , circuli HIG . Ductis enim GE , HB perpendicularibus ipsi NL usque ad circulum AD , illæ ipsæ erunt tangentes ejus circuli, & anguli CEG , CBH erunt æquales illi CDQ : tum recedendo ab E versus A , tangens DQ occurrit rectæ NL in aliquo puncto O extra circulum, & tangens AI pertinens ex eadem parte ad punctum A situm ultra D in alio remotiore L . Facile enim demonstratur, angulum ICL æquari ACE ; nam demendo ab angulo ACL angulum ACI remanet ICL , & demendo ab eodem angulum ECL æqualem angulo ACI , remanet ACE . Est autem CL secans anguli ICL , quæ eo aucto augeri debet. Quare eadem augeri debet aucto angulo ACE ; unde facile deducitur illud, si sumatur punctum A omnium remotissimum ab E , & ducatur tangens AIL ad eam plagam respectu CA , ad quam jacet GE respectu CE , maximam omnium ejusmodi radiorum distantiam fore CL ; & eodem pacto si sumatur punctum F omnium remotissimum a B , & ducatur tangens FKN occurrens rectæ NL in N , erit CN maxima distantia radiorum in eo angulo reflexorum ex altera parte, quæ erit æqualis ipsi CL , si arcus EA , BF , adeoque & DA , DG æquales sint. Quare si in illo plano perpendiculari ad axem speculi CD descri-

bantur bini circuli radiis CG , CL , inter ipsorum peripherias continebitur omne lumen in eo angulo egressum, eritque CG ad CL , ut radius ad secantem anguli ECA , ac omnis eorum radiorum dilatatio continebitur intra excessum secantis ejus anguli supra radium.

150. Quod si radii non occupent totum speculum, sed aliquam ejus partem quamcunque, concipiendus erit in sphaerae superficie circulus polo D transiens per E , & B , & sumendae distantiae ab eo punctorum, in quae radii incidunt, maxima, & minima, tam ex parte E , quam ex parte circuli opposita B , & exhibebunt amplitudines binorum annulorum, in quos diffundentur omnes radii in dato angulo egressi ex illa parte speculi, quarum alteram determinabunt binae distantiae ex parte E , alteram binae ex parte opposita B . Alterius autem annuli exterior circulus ab interiore alterius distabit per differentiam secantis maximae ex parte propiori a minima ex parte remotiore. Sed ea omnia exemplis clariora fient.

151. Inprimis, quoniam num. 142 extitit CP (*Fig. 11*) pro tertio annulo = 2. 930 earum partium, quarum CD = 72, & ipsae CP crescunt in subduplicata ratione numerorum annulos exprimentium, pro annulo duodecimo erit CP duplo major nimirum 5. 860. Est autem DC ad CP , ut sinus totus ad tangentem anguli CDP . Igitur factis ut 72 ad 5. 860, ita 100000 ad quartum = 8139, haec erit tangens anguli $4^{\circ} 39'$ quam proxime. Quoniam aliquando Newtonus etiam usque ad 12 annulos ope prismatis vidit, sumamus hanc anguli maximi amplitudinem, ex qua nimirum maxima aberratio radiorum ad diversas speculi partes pertinentium oriri potest. Ponamus praeterea, speculi amplitudinem AF (*in Fig. 12*) fuisse gr. 10, nimirum circiter pedis unius, & erit DA graduum 5.

152. Incurrant jam radii satis vividi in totum speculum, & arcus EA (*in Fig. 12*) erit graduum $9\ 39'$, cujus secans 101431 excedit radium 100000 per $\frac{1}{10}\frac{4}{1}\frac{3}{4}\frac{5}{3}$, five per $\frac{1}{7}\frac{1}{6}$ sui partem. Porro cum illæ semidiametri CP (*Fig. 11*) sint in ratione subduplicata numeri ordinem annulorum exprimentis, ad quos circuli pertinent, est radius circuli pro annulo 12 ad radium pro annulo 13, ut $\sqrt{12}$ ad $\sqrt{13}$, five ut 100000 ad 104083, quamobrem intervallum illud inter binos proximos circulos ex binis vicibus ortum est $\frac{4}{1}\frac{0}{5}\frac{8}{6}\frac{3}{6}$ partium totius, five $\frac{1}{24}$ proxime, triplo fere major, quam illa dilatatio ex aberratione orta. In præcedentibus autem circulis, in quibus & DE est minor, & circuli binorum ordinum ad diversas vices pertinentium magis inter se distant, multo majus est hoc discrimen, & excessus distantiae circulorum ad idem radiorum genus pertinentium supra diffusionem ortam per aberrationem.

153. Verum hic quidem posuimus totum speculum radios excipere, in quo casu dilatatio illa est sane exigua, sed non insensibilis. Verum Solis imago totum speculum illud occupare non potest, cum diametrum habeat circiter dimidii gradus, adeoque occupet gradum dimidium ejusdem speculi. Determinabimus effectum ejus aberrationis posito centro imaginis Solaris primo quidem in D , tum in media distantia inter D , & E , ac demum in E , quod punctum est hic circa speculi finem. In primo casu distantia maxima tam ab E , quam a B erit $4^\circ\ 39' + 15' = 4^\circ\ 54'$, minima $4^\circ\ 39' - 15' = 4^\circ\ 24'$. Prioris secans 100367, posterioris secantem 100296 excedit per 71, nimirum per $\frac{1}{4}\frac{1}{13}$ sui partem. Quare diffusio fit per spatium prorsus insensibile. In secundo casu posita distantia centri a $D = 2^\circ\ 20'$, erunt binæ distantiae ab E , $2^\circ\ 19' + 15' = 2^\circ\ 34'$, & $2^\circ\ 19' - 15' = 2^\circ\ 4'$, binæ distantiae a $B = 6^\circ\ 59' + 15' = 7^\circ\ 14'$, & 6°

$59' - 15' = 6^\circ 44'$. Illarum secantes 100100, & 100065, exhibent differentiam 35; harum 100802, & 100695, exhibent differentiam 107. In eo casu totum lumen ejusdem generis diffundetur per binos annulos, quorum primus clauditur primis illis binis secantibus, secundus posterioribus; & illius quidem amplitudo $\frac{1}{100} \frac{3}{5} \frac{5}{100}$, hujus $\frac{1}{100} \frac{0}{8} \frac{7}{100}$ totius, utraque perquam exigua; distantia autem ipsorum mutua $100695 - 100065 = 630$, major quidem, sed adhuc $\frac{1}{100}$ totius. In tertio demum casu binæ distantiae ab *E* ambæ sunt $15'$; a *B* sunt $4^\circ 39' + 15' = 4^\circ 54'$ & $4^\circ 39' - 15' = 4^\circ 24'$. Illarum secantes ambæ 100000, totum lumen ex altera parte in unico circulo colligunt; harum vero 100367, & 100296 exhibent differentiam $\frac{7}{100} \frac{1}{3} \frac{6}{100}$ totius, admodum exiguam pro ampliore annulo, qui quidem annulus ab illo circulo distabit $100296 - 100000 = 296$, quæ est pars totius adeo exigua, ut e partibus ipsius 238 vix unam occupet, adeoque insensibilis est.

154. Ex his omnibus patet, fore aliquam quidem non insensibilem expansionem, si ingens speculum totum simul illuminetur; fore multo minorem, & fere insensibilem in binos annulos, ubi solis radius incurrat satis procul a medio *D*, at insensibilem prorsus per unicum annulum, ubi solis radius prope ipsum centrum *D* incurrat, quod nimirum præstari solet, collocata charta ita, ut ad radium ipsum solis perpendicularis sit, quo pacto semper habetur incidentia in illud punctum *D*, quod etiam ut speculi medium consideravimus, & quod diffusionem exhibet per unicum annulum perquam exiguam. Ceterum multo etiam minor in circulis ad præcedentes annulos pertinentibus habetur diffusio. Nam angulus pro tertio annulo duplo circiter minor, quam pro duodecimo, nimirum circiter $2^\circ 20'$, exhibet binas distantias $2^\circ 35'$, $2^\circ 5'$, quarum secantes 100102, 100066, exhibent amplitudinem dispersionis $\frac{1}{100} \frac{3}{6} \frac{6}{100}$, sive $\frac{1}{27} \frac{1}{81}$ totius multo magis in-

fenfibilem, quam fit ea annuli duodecimi $\frac{1}{1411}$ totius. Patet autem, hanc etiam diffusionem in causa esse debuisse, præter ipsam illam luminis tenuitatem, de qua meminimus supra num. 130, cur Newtonus ne Prismate quidem ad majorem annulorum separationem adhibito plures, quam 12, vel ad summum 16 annulos unquam deprehendere potuerit, quod ipsi multo magis ex hoc capite accidere debuit, si charta ad radium solis obliquior extitit, ut punctum D a recta chartæ perpendiculari determinatum ab ipso solis radio multo magis, quam pro superioribus mensuris, recederet, extra ipsum etiam speculum cadens, secantium differentiis multo magis crescentibus.

155. Et hæc quidem de annulis, quos in illa ipsa charta depictos oculus intuetur, notanda erant. Nunc ad ea phænomena explicanda faciendus gradus, quæ oculus in ipso speculo immediate intuetur. Newtonus quidem hæc ipsa phænomena & obscure admodum, & contracte innuit per hæc verba. *Cum oculum meum collocassẽm eo in loco, ubi annuli videbantur manifestissimi, speculi faciem conspiciatus sum colorum fasciis undatam, illarum similibus, quæ in observationibus primæ partis hujus libri inter bina vitra objectiva, & in aquæ bullis visæ sunt, at amplioribus multo. Item hæ eodem modo, atque illæ, pro variis oculi positionibus magnitudine varia videbantur dilatantes se, ac contrahentes pro eo, ut oculum meum ultro, citroque moverem. Specie, ac forma erant arcuum circulorum concentricorum, sicuti & illæ, cumque oculus meus positus esset ex adverso centri concavitatis speculi (quod erat scilicet intervallo pedum 5, & unciarum 10 a speculo), centrum ipsarum commune in eadem erat recta linea cum centro illo concavitatis, & cum foramine in fenestra. Verum in aliis oculi positionibus, centrum ipsarum alias itidem habebat positiones. Hæc Newtonus, ubi multa notanda diligenter sunt.*

156. Videtur quidem ipse innuere fascias circulares ipsius speculi formæ parallelas habentes centrum commune alicubi in axe speculi, similes illis, quæ inter vitra objectiva videntur totæ, ut & in bullis, in quibus pariter integræ fasciæ videntur; & quidem ipsum axem speculi videtur innuere, cum nominat rectam transeuntem per foramen fenestræ, & centrum concavitatis speculi; nam monuerat supra de positione speculi, in qua chartæ foramen esset fenestræ foramini proximum ante ipsam, & ibidem centrum speculi. At ex iis, quæ mox demonstrabimus, manifesto evincitur, illas fascias longe aliam formam, ac positionem habuisse, nimirum non fuisse terminatas arcubus circulorum concentricorum, nec habuisse centrum commune, sed polos communes, ut etiam in bulla illa centrum quidem fasciarum commune non est, sed polus; & hic quidem patebit, polos esse (*in Fig. 10*) illos *Q*, & *M*, quos num. 133 exposuimus, adhibito a Newtono vocabulo *centro* pro *polo*, nec polum hunc ipsum esse in axe speculi, sed in recta axi ipsi perpendiculari transeunte semper per centrum concavitatis *C*, & oculum *O*, quod centrum si non prorsus congruat cum foramine fenestræ, speculo nonnihil inclinato, & oculus positus sit ex adverso, nimirum in eadem recta jungente centrum concavitatis cum foramine; recta, quæ per oculum, & centrum concavitatis transit, transire debet etiam per foramen fenestræ, & polus, qui jacere debet in recta jungente oculum cum centro concavitatis, jacebit itidem in recta jungente foramen cum illo ipso centro. Est autem admodum verosimile, Newtonum ipsum in hoc phænomenum per Geometriam non inquisivisse, analogia sola, & observatione contentum. Omittit enim conditionem poli communis circulorum jacentis in directum cum oculo, & centro, quæ etiam generalis est, & solum enunciat in aliis oculi positionibus alibi centrum esse, sine ulla determi-

natione certa. Illa autem inclinatio speculi debuit conferre plurimum ad coloratas fascias videndas. Nam ejus vi axis ille CD inclinatus ad ipsam rectam, quæ oculum cum eodem centro conjungit, debet plurimum recedere a punctis speculi, e quibus radii reflexi discedunt, & eo recessu fit, ut differentia secantium illarum sit major, ac ad idem loci punctum, in quo oculus situs est, non deferantur radii ejusdem generis ab omni speculo, sed iis dispersis per ingens spatium GL , HN (*Fig. 12*), ad idem punctum illud deferantur ex aliis speculi partibus colores alii, ut idcirco colores ipse etiam viderit alibi alios. Sed aggrediamur ipsam phænomeni originem, atque indolem.

157. Sit (*in Fig. 13*) TDV arcus idem ille, ac (*in Fig. 12*), existente CD perpendiculari ad CG , & primo quidem radii ingrediantur per foramen in ipso concavitatis centro C situm, oculus autem in G positus excipiat quemdam colorem visum sub angulo quodam CDG , quæranturque omnia puncta, in quibus eundem prorsus colorem videre possit. Circumscribatur triangulo DCG circulus, qui necessario debet ex altera parte abire extra circulum TDV per arcum aliquem Dad , tum ipsum iterum secare alicubi in d ; debet enim centrum ipsius novi circuli jacere in media basi DG illius trianguli rectanguli ad C , adeoque extra radium CD . Porro in d iterum habebitur angulus ille ipse CdG ex circuli natura æqualis CDG ; in quovis autem puncto b assumpto in arcu Dd erit angulus CbG major, quam CaG internus, & oppositus, adeoque major quam CDG , & in quovis puncto B posito extra arcum Dd angulus CBG minor externo CAG , adeoque minor quam CDG . Quare in solis punctis D , d ejus arcus videbitur ex G radius illius generis, qui nimirum in eo angulo ad oculum deveniat, & si speculum totam adæquaret sphaeram, ac circa axem CG rotaretur arcus Dd , puncta qui-

dem ipsa D, d describerent circulos parallelos habentes centra in ipso axe, & polos in concursu axis ejusdem cum arcu $T D V$ continuato, ut (*in Fig. 10*) in Q, M , ac ex omnibus punctis eorum circulorum deferretur ad oculum G lumen in eodem angulo, adeoque pertinens ad ejusdem prorsus generis colorem. In angulis vero $C b G$ idem prorsus color per annulum ejusdem ordinis, five per defectum ejusdem numeri viciū, videri non posset. Quod si angulus $C b G$ fit tanto major, vel $C B G$ tanto minor alicubi ipso angulo $C D G$, quantum poscit idem prorsus color cum defectu minoris, vel majoris numeri viciū erumpens e speculo; ibi iterum in circulo prioribus parallelo apparebit color ille ipse. Si vero speculum exiguam aliquam excipiat superficiei sphaericæ portionem, color idem prorsus apparebit in arcubus illorum eorumdem circulorum parallelorum eodem speculo interceptorum.

158. Porro facile datis punctis C, G , & radio speculi $C D$ inveniri poterunt & per constructionem, & per calculum illi bini circuli, in quibus solis datus color videri possit. Nam ex illa formula num. 39, $\sqrt{\left(\frac{2 b d r \times (p + q)^2}{a \times (p + \frac{1}{107} q)^2}\right)}$ exprimit rectam $C P$ (*Figurae 11,*) & est ut $C D = b$ ad $C P$ ea formula expressam, ita finis totus ad tangentem anguli $C D P$, cujus valor erit $\sqrt{\left(\frac{2 b r \times (p + q)^2}{a \times (p + \frac{1}{107} q)^2}\right)}$. Quare facile ex eadem formula pro quovis determinato colore involuto in illa longitudine intervalli b , & quovis numero intervallorum deficiente involuto in illo valore r invenietur angulus ipsi respondens.

159. Fiat jam supra rectam $C G$ ad partes D segmentum circuli, quod capiat illum angulum inventum, qui circulus si ob angulum inventum nimis magnum, nusquam occurrat arcui speculi

$T D V$, intra ipsum contentus, nusquam videri poterit is color in speculo per eum intervallorum defectum. Si imminuto angulo ipsum tangat, in unico puncto tanget inter D , & d , ut in b , & facile ipsum b etiam sine ejus segmenti descriptione invenietur, ducendo ex G rectam perpendicularem $C G$, donec occurrat circulo $T D V$ in puncto b . Nam circulus diametro $C b$ descriptus tanget circulum $T D V$ in b , & ob angulum $C G b$ rectum transibit per G . Si angulo adhuc imminuto augeatur circulus, is jam secabit arcum $T D V$, quem, si is in semicirculum compleretur, semper in binis punctis secaret, utcunque imminuto angulo augetur circulus, & eæ intersectiones per Geometriam exhibitæ problema solverent. Nam is color per illum intervallorum defectum videretur tantum in peripheriis circulorum parallelorum transeuntium per illum unicum contactum, vel per illas binas intersectiones, nimirum in unica in primo casu, in binis in secundo; & quo angulus minor esset, eo magis puncta, in quibus videretur, discederent ab illo puncto b hinc vel inde, ac proinde in speculo continente segmentum quoddam hemisphærii, pars earum peripheriarum tantummodo eo segmento inclusa problema solveret, & altera e binis peripheriis, vel etiam utraque posset extra speculum cadere tota.

160. Puncta illa etiam facili trigonometrico calculo inveniuntur pro datis angulis. Datur enim in quovis triangulo $C G d$ latus $C d$, & latus $C G$, adeoque si fiat, ut $C G$ ad $C d$, ita finus anguli dati $C d G$ ad finum anguli quæsitum $C G d$, invenientur bini illum habentes finum, qui simul complent semicirculum, ut $C G D$, $C G d$. Patet autem, ex hac ipsa solutione maximum angulum haberi posse, ubi ejus finus ad radium fit, ut est $C G$ distantia oculi a centro ad $C d$ distantiam speculi a centro, aliter obveniret finus radio major. Id autem accidet, ubi d fuerit in b ,

& angulus $C G b$ rectus, quo casu $C G$ est sinus anguli $C b G$ ad radium $C b$. Patet autem & illud, rectas $G D$, $G d$ ad bina puncta focia tendentes cum recta $G b$ anguli maximi ex omnibus possibilibus angulos æquales continere hinc, & inde, cum debeant bini anguli $C G D$, $C G d$ complentes semicirculum æque differre a recto $C G b$.

161. Data igitur $C G$, & $C D$ facile invenietur angulus ille omnium maximus, factis, ut $D C$ ad $C G$, ita radius ad finem ejus anguli. Omnes anguli omnium colorum habebuntur in speculo æquante semicirculum: in speculo assumente segmentum habebitur limes quidam, assumpto puncto B remotissimo a b , & resolutio triangulo $B C G$, in quo dabuntur latera $G C$, $B C$, & angulus $B C G$ compositus ex recto $D C G$, & angulo $B C D$ mensurato ab arcu $B D$. Ut exemplo res illustretur, sit $C D = 72$ ut prius, $C G = 6$, factis, ut 72 ad 6 , ita sinus totus 1000000 ad 8333 , is erit sinus anguli maximi $4^{\circ} 47'$. Sit autem arcus $B D$ graduum 6 , & erit angulus $G C B = 96^{\circ}$, ac summa angulorum ad B , & $C = 84^{\circ}$, semifumma $= 42^{\circ}$. Factis igitur ut summa laterum $B C$, $C G = 78$ ad differentiam $= 66$, ita tangens semifummae angulorum ad B , & G , five tangens $42^{\circ} = 90040$ ad 76188 tangentem semidifferentia $= 37^{\circ} 18'$, quo angulo ablato a semifumma 42° , habetur $4^{\circ} 42'$, qui erit minimus angulus; & omnes colores, qui videri poterunt, ii, qui angulos habent inter 6° , & $4^{\circ} 42'$. Quod si distantia oculi esset $= 20$, & ea ejus positio, ut recta $C D$ perpendicularis ad $C G$ caderet gradibus 20 procul a fine speculi T , haberetur, ut 72 ad 20 , ita radius $= 1000000$ ad 27778 finem anguli maximi, qui esset $16^{\circ} 7'$. Semifumma autem angulorum ad B , & C esset 70° , & factis, ut $72 + 20 = 92$ ad $72 - 20 = 52$, ita tangens semifummae $35^{\circ} = 70021$ ad 39577 tangentem semidifferentia $= 21^{\circ} 36'$,

qua ablata a semifumma 35° , habetur angulus B quæsitus $13^\circ 24'$, qui erit omnium minimus, & multo magis distabit a maximo $16^\circ 7'$, quam in priore casu distaret minimus $= 4^\circ 42'$ a maximo $= 6^\circ$.

162. Ex his omnibus patet, quid in singulis singulorum generum radiis obtineatur. Videntur ii omnes, qui intra eos limites continentur, & in eadem facilitatis magnitudine, singuli in singulis, vel binis circulorum singulorum parallelorum arcubus, habentibus illam $Q M$ pro axe, & centrum in ipso axe. Quod si consideretur totus tractus facilitatis, sive totum intervallum alterius dispositionis, apparebunt fasciæ quædam cum hiato nigro; si plures ejusdem coloris radii, fasciæ ampliores erunt; si omnes colores simul, habebuntur Irides ab earum superpositione ortæ, quas singulas determinare pronum esset; omnium autem fasciarum axis erit eadem recta $C G$. Patet itidem, ingentem in coloribus mutationem fieri oportere mutato oculo, cum tanta fiat anguli maximi, & minimi mutatio. Facile itidem definiri possent phænomena, quæ pertinent ad speculi inclinationem, qua fiat, ut centrum cavitatis non sit in C , ac alia ejusmodi, quæ apud Newtonum occurrunt; sed nihil est usquam apud illum, quod ex traditis principiis admodum facile non dignoscatur.

163. Simili methodo Newtonus & illa persequitur, quæ pertinent ad formationem Coronarum, & Halonum circa solem, & lunam per colores in exiguis guttulis ortos a defectu aliquot intervallorum in transitu per guttulas exiguas, ut ope refractionis, & reflexionis regularis, ac diversæ radiorum refrangibilitatis in guttis majoribus explicat Iridis naturam mirum in modum. Sed ea vel apud ipsum abunde sunt prona, vel ab aliis jam passim illustrata in vulgaribus elementis, quæ idcirco hic omittimus, in iis

exponendis, ac demonstrandis intenti, quæ majorem difficultatem habent.

164. Illud unum addendum omnino censemus, quod ad Iridem secundariam pertinet, in qua ex hoc viciū regressu habetur difficultas, quam quatuor ab hinc annis Mairanio celeberrimo Viro cum Academia Parisiensi communicandam transmisit per literas Boscovichius noster, cui ex iis etiam, quæ protulimus, debemus plurima, atque ea in primis, quæ ad illustrandam viciū naturam, & earum confectaria ad tenues, & crassas laminas pertinentia, protulimus ex Geometria, ab eo nusquam adhuc vulgata. Est autem difficultas hujusmodi. Secundaria iris debet fieri in guttis aquæ rotundis per radios, qui post binas intra ipsas reflexiones in angulo quodam minimo emergunt. Porro quoniam chorda ante, & post reflexionem ejusdem longitudinis in globo esse debet, numerus viciū a primo ingressu ad primam reflexionem erit idem, ac inter primam, & secundam. In ingressu fuit radius in vice transmissus, in fine primæ chordæ in vice reflexionis. Igitur in fine secundæ chordæ erit iterum in vice transmissus. Omnes igitur transmittentur, nullo reflexo ad secundariam iridem efformandam. Difficultas est gravissima, & haud scimus, an aliam solutionem admittat, quam illam ab eodem Auctore traditam in eadem epistola; aeris agitatione exigua mutari figuram sphaericam nonnihil ita, ut unum, vel alterum intervallum accedat, vel deficiat, nulla sensibili mutatione facta, quæ iridis ortum ad sensum immutet. Sed de his omnibus jam satis.



§ IV.

*De corporum naturalium coloribus, ac de luminis natura,
& proprietatum causis.*

165. **B**ina hic argumenta conjungimus, quæ longam admodum tractationem requirerent singula, sed nos utrumque paucis expediemus. Alterum enim & diligenter, & satis etiam perspicue Newtonus tradidit libro 2 Opticæ parte 3, alterum in secunda parte dissertationis de lumine Boscovichius est persecutus. Summa idcirco tantummodo capita perstringemus, iis adjectis, quæ maxime adnotatu digna videbuntur.

166. Tertia illa secundi Newtoniani libri pars 20 propositiones continet, quarum aliæ ad ipsam luminis naturam pertinent, ad vices nimirum illas facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, de quibus jam egimus abunde, & ex quibus laminarum tenuium colores pendent; aliæ ad corporum actionem in lumen, ac eorundem vires, quæ ad causas proprietatum luminis spectant, directæ nimirum propagationis per medium uniforme, reflexionis, refractionis, diffractionis ab ejusmodi actionibus pendentium; priores 7 tantummodo pertinent ad naturalium corporum colores, si-ve hi permanentes sint, quos in ipso titulo Newtonus expressit, si-ve variabiles, qui ab iisdem principiis pendent. Et quidem iis, quæ ad lamellarum tenuium phænomena pertinent, & vices, probe intellectis, nihil hic omnino esse arbitramur, quod quemquam morari possit.

167. Primo quidem dum radius per uniforme, ac homogeneous fati pellucidum corpus propagatur, nullas reflexiones, aut refractiones internas fieri, quæ sensu percipi possint, experientia etiam docemur, & quidem id esse diceremus omnino pellucidum,

dum, per quod liberrime sine ulla deflexione transfret lux. Refractiones autem & reflexiones fieri videmus itidem, quotiescunque per media diversæ naturæ transitur, demto casu reflexionis in totum, in appulsu nimis obliquo ad medium minus refringens, in quo habetur sola reflexio ita, ut in transitu per illa corpora, in quibus maxima deviatio fit per refractionem, maxima itidem luminis copia reflectatur. Partes autem satis tenues corporum omnium satis itidem pellucidas esse, constat pariter ex observationibus. Id iis, qui microscopiis tractandis assueverunt, notissimum est, ac si ad foramen fenestræ occlusæ applicetur lamella admodum tenuis cujuscvis corporis, quæ in aperta luce videtur prorsus opaca, apparebit satis diaphana ex obscuro conclavi lucidum objectum transpicienti. Sunt quædam corpora metallica alba, quæ etiam ad ingentem tenuitatem redacta videntur adhuc admodum opaca. Verum & ea in menstuis dissoluta fiunt pellucida.

168. Ex hisce, quæ præmisimus, eo deducimur, ut opacitatis causam repetamus a multiplici reflexionum, & refractionum numero, quæ intra ipsa corpora fiant, intra quæ plurimi adsint meatus vacui, vel a materia admodum diversæ densitatis occupati. Nam & in plurimis corporibus opacis heterogenearum plurimarum substantiarum texturam videmus, ut in corporibus organicis omnibus, in lignis nimirum, & ossibus, ac aliis ejusmodi ad plantas, & animalia pertinentibus. Idem autem & in marmorum multiplici genere oculis ipsis deprehenditur. Videmus autem alia corpora natura sua pellucida, ubi in ejusmodi particulas redigantur, quæ vacua spatiola intermixta relinquunt particulis ipsis, massas illico opacas constituere, ut vitrum contusum in pulverem. Aqua ipsa, ubi in glaciem, vel in spumam, & nebulas, nubesque redacta bullulas plurimas insertas contineat, vel tota in bullulas abeat, vel ubi in pluviam effusa globulis constet a se invicem

disjunctis, pelluciditatem amittit. Oleum natura sua non ita opacum, dum congelatur, in grumulos quosdam abit, in quibus interjecta spatiosa manifesta sunt. Hinc & in aliis substantiis plurimis, quæ dum caloris vi liquefcunt, pellucidæ sunt, dum concrefcunt, opacæ fiunt, ut cera, admodum verofimile eft, particulas minimas refrigerfcientes minus fpatii occupare, quam ante occupaverant, & vacua fpatiosa relinquere, quæ reflexiones, & refractiones internas pariant. Et quidem ejufmodi reflexiones, & refractiones debere opacitatem gignere, res eft admodum manifesta. Cum enim in quovis tranfitu per fuperficiem diverfa media dirimentem pars luminis reflecti debeat, pars transmitti, & reflexio ipfa, ac refraçtio pendeant a pofitione fuperficierum illarum, quæ irregulariter in omnem plagam diriguntur; patet omnino debere totum id lumen circumquaque difpergi, & vel errore immenfo, ac admodum diuturno, & fortaffe etiam perpetuo vagari per ipfa corporis vifcera, vel prodire, fed cum directionibus quibufcumque, circumquaque diffufum; quo tamen cafu in immenfum major copia luminis ex eadem illa prodibit parte, per quam ingreffum eft; quo enim altius in corporis ipfius fubftantiam defcenditur, eo minus luminis inveniri ibi debet; nam difperfo femper circumquaque lumine, pars introrfum progredientis femper iterum retro regreditur, erumpentis autem e fuperficie prima, pars nulla regreditur retro repulfa. Et quidem fi nihil prodeat, quod fieri poterit, ubi particulae homogeneæ ad ingentem quamdam tenuitatem redactæ, reflexionem nullam parere poffint, poffint autem refractionem aliquam, nigerrima fubftantia fit; fi aliquid prodeat, fed ita, ut vel modica fit pars, quæ prodit, vel per longum tempus æque diftributa, nigra quidem erit fubftantia, fed nigredine minus atra gradatim: fi totum prodeat fimul, vel tempufculo perquam exiguo, perfectæ albedinis corpora fient: fi

omnium colorum genera prodeant (quod fiet, si particulæ diverfarum craffitudinum sint, quarum aliæ aliis lamellis tenuibus respondeant, vel craffiores sint, quam ut coloribus separandis sint aptæ) sed magna ipforum pars, vel non prodeat, vel per longissimum tempus distribuatur, habebitur cinericus, & subfuscus color. Si prodeant certorum colorum radii in majore copia, quam alii, quod accidit, si corpus e lamellis certarum craffitudinum ad certos colores copiosius reflectendos aptarum constet, habebitur color ex omnibus illis reflexis compositus, ac in omnibus hisce postremis casibus, si maxima quidem luminis prodeuntis copia prodeat tempore perquam brevissimo, sed non ita parum luminis etiam exeat aliquo frequenti tempore, (quod quidem ab ipsa textura corporis pendet, quæ luminis ingredientis iter internum determinat usque ad egressum, ubi fieri potest etiam, ut errorum ambagibus in immensum multiplicatis a quibusdam particulis luminis, totum tempus ad eos motus necessarium adæquet, & superet, quantumlibet, dimidium quadrantem horæ, quo lumen a Sole ad terram devenit) corpora erunt phosphora ejus generis, quod lumen exceptum a Sole, vel diu vomit in tenebris, ut lapis Bononiensis, & alia ejusmodi, vel brevissimo tempore, ut tam multa illa phosphora, quæ Becarius in elegantissimo Opusculo suo tam ingenti solertia detecta protulit, quæ modicissimo paucorum secundorum tempore lumen a Sole in aprico receptum, retracta in tenebras spectatori oculos a luminis copiosioris vehementi tensione immunes diu fervanti reddat sensibile.

169. Et quidem opacitatem ab hisce intervallis, & inter-
nis viæ permutationibus oriri, illud etiam ostendit, quod multa corpora satis opaca perfusa liquoribus, qui refringendi vi minus ab iis discrepent, ut charta oleo perfusa, oppletis intervallis il-

lis, magis pellucida fiunt, cujus oppositum contingeret, si defectus pororum in directum jacentium generaret opacitatem. Confirmatur autem ex eo, quod e diaphanorum genere fluida in primis sint, & crystalla; ac fluida minimarum particularum homogeneam in particulis sphaericis circumquaque a centro texturam requirant in primis, ut in *Synopsi Physicæ Generalis* heri propugnata ostendimus; crystalla vero, quæ in alia corpora a chemicis transformari non possunt, etiam ipsa homogeneitatem præferant. Quod vero corpora ipsa opaca certi potius, quam alterius coloris sint, inde oriri, unde id ipsum deduximus, multo verosimilius redditur ex eo, quod si fumatur amplissima lamella, quæ certum colorem reflectere debeat, certum vero transmittere, tum eadem contundatur in exigua frustula, quæ tamen crassitudinem singularum particularum non immutent, ac eadem connectantur, debeat omnino e frustulis eundem colorem servantibus in reflectione, ejusdem itidem coloris massa obtineri. Patet autem, corpora colorata unum potius, quam aliud radiorum genus reflectere ex eo, quod luminis, quod ab ipsis redit, proprietates eadem sunt, ac luminis directi solaris, cum eadem lege propagetur, reflectatur, refringatur. Fere autem semper omne radiorum genus reflectunt corpora, & quoddam determinatum, vel quædam determinata in majore copia: nam si radius rubeus prismate separatus ab aliis supra violaceam, viridem, rubram substantiam cadat, rubras exhibet omnes, sed priores illas debili, postremam vivido colore, quod reliquis omnibus coloribus accidit, ut si soli adveniant, suum tantummodo colorem reddant. Id autem oriri debet tum ex eo, quod non ejusdem prorsus crassitudinis omnes particulæ esse possunt, variante semper aliquid in variis primæ generationis combinationibus Natura, tum ex eo, quod

in extremis lamellarum perfractarum limitibus crassitudines admodum diversæ, ex omnibus aliquid coloribus commisceant.

170. Porro ex iis, quæ diximus, manifesto patet, ad hoc, ut corpora opaca esse possint, debere habere particulas intervallis diversa substantia oppletis, vel etiam vacuis intermixtas, quæ particulæ, vel quæ intervalla, nec certa magnitudine minora sint, nec certa magnitudine majora, nimirum ea, quæ requiritur ad hoc, ut lamellæ lumen reflectant, quæ major esse debet uno vicium intervallo, minor viginti; ubi autem colores constantes sunt, in quavis luminis, vel oculi obliquitate, lamellæ e corporis substantia constantes satis magna prædita vi vacuis illis amplioribus intervallis interjectæ esse debent; ubi variabiles, ut in Columbæ collo, & Pavonum caudis, vel substantia multo minus activa, ut multo rarior debet esse, vacuis ipsis spatiis interjecta, quam ipsam ob causam plumæ ejusmodi tam leves sunt, vel in vacua spatiola exigua substantiæ densiori, & crassiori interjecta, unde in ponderosissimis & densissimis quoque substantiis colorum variatio haberi posset. Porro ubi colores constantes sunt, statim inveniuntur magnitudinum limites, intra quos particulæ illæ ipsæ contineri debent, si detur ratio finuum incidentiæ, & refractionis in ea substantia, ex qua componitur datum coloratum corpus. Nam crassitudo earum particularum debet esse major uno intervallo vicium, minor 20 intervallis, ut diximus, ad quæ septima e colorum seriebus a Newtono comparatis non pertingit, ultra quas nulli jam sensibiles colores habentur, qui & in postremis tribus a nobis in quarta nostra tabula idcirco omisissis, satis jam evanidi sunt. Est autem unum ex ejusmodi intervallis in aere quam proxime $\frac{1}{100000}$ unius unciae, ut vidimus numero 91, & in reliquis substantiis est ad hanc mensuram, ut est sinus incidentiæ ex aere in eandem substantiam ad finum refractionis.

171. Determinatis limitibus, inter quos data ipforum vi refractiva contineri debent omnium corporum coloratorum particulæ, ambigi quandoque poterit de magnitudine absoluta, dubitando, ad quam e seriebus pertineant earum colores. At id ipsum quandoque deprehendi poterit, vel ex ipsa vivacitate coloris, vel e successione colorum, dum corpus illud alterationem aliquam patitur. Sic violarum color purissimus tertii ordinis videtur esse Newtono, qui in 7 Propositione multa corporum genera diligenter persequitur; & is quidem color in tertia serie requirit intervalla $5\frac{1}{4}$. Tertii pariter, vel etiam secundi ordinis sunt virides purissimi, cujus idcirco generis videntur esse herbidi plantarum colores. Et ii quidem in multis, dum marcescunt, abeunt in flavum, tum in aureum, ac deinde in rubeum, quod in secunda serie accidit, in qua is viridis color 4 intervalla requirit.

172. Corporum plerorumque particulas homogeneas illas, & pellucas Newtonus affirmat ejusdem generis videri sibi ex pluribus conjecturis in ordine ad vim activam in lumen, adeoque in ordine ad intervallorum longitudinem, ac vitri, vel aquæ, quorum intervalla in vitro sunt $\frac{2}{3}$, in aqua $\frac{3}{4}$ intervalli aerei, adeoque ibi $\frac{8}{10}$, hic $\frac{3}{4}$ unius unciae; verum hanc rem in incerto positam arbitramur. Potest enim esse cujuscunque densitatis, & ponderis massa quæpiam corporea, existentibus particulis in quavis data ratione densioribus, ad quam rem illud unum requiritur, ut nimirum particularum ipsarum magnitudo ad magnitudinem intervallorum rationem datam habeat, quæ potest esse utcunque variata in data etiam materiæ quantitate. Atque inde illud quoque facile eruitur, & in solidis, & in fluidis corporibus posse colorem quemvis cum quavis densitate totius massæ, vel particularum singularum conjungi.

173. Cæruleus itidem aeris purissimi color a magnitudine vaporum pendet, qui si ad ejusmodi tenuitatem redigerentur, ut nihil luminis reflecterent, Cœlum appareret nigerrimum, & Stellæ interdiu quoque viderentur; rediguntur autem ad summum ad eam tenuitatem, ut diameter æquetur uni violaceorum, vel cæruleorum intervallo, cujus magnitudinis globuli nullius alterius coloris radios ex secunda superficie reflectunt; ac si omnes ejusmodi sunt, Cœlum admodum saturo violaceo colore apparet; si minores aliquanto sint, vel majores admixtos habeant, adhuc semper in reflexo lumine cæruleus color prævalet, mixtus ex pluribus magis refrangibilibus; nam quivis globulus major, qui ad reflectendos magis refrangibiles per diametrum allapso est aptus, potest, ut vidimus, per breviores chordas omnes etiam minus refrangibiles colores reflectere, non autem viceversa. Hinc vero fit, ut radius directus, ubi interdiu Sole supra horizontem satis elevato exiguum iter habet per aerem, aliqua maxime refrangibilium parte viduatus accedat ad aureum; circa ipsum autem Ortum, & Occasum Solis longissimo in tanta obliquitate itinere per Atmosphæram, deposita jam magis refrangibilium maxima parte, rubescat etiam, & rubeo colore nubes incipiat.

174. Notandum hic demum illud, esse aliquem a Deo nobis præfinitum terminum, ultra quem in admirabili Naturæ industria, & corporum naturalium textura contemplanda progredi nobis non liceat. Quinque ad res extra nos positas cognoscendas a Natura sensus accepimus. Ceteri exiguos admodum limites habent, sive augeantur rerum distantiae, sive minuantur earumdem partes. Visus luminis ope Cœlum ipsum conscendit, & Astra telescopiorum potissimum adjumento fretus contemplatur, ac ad perquam exiguas plantarum, & animalium fibrillas potissimum ope microscopiorum descendit. At eas particulas, quæ

minorem habent crassitudinem, quam quæ lumini reflectendo est apta, cujusmodi crassitudo in aere est $\frac{1}{1000000}$, & in nullo fortasse corpore minor, quam $\frac{1}{1000000}$, vel $\frac{1}{1000000}$, nunquam visus, nec vero ullus alius sensus percipiet. Adeoque nihil unquam innotescet nobis ex iis omnibus, quæ ad naturalium corporum constructionem tam miram, ac variam ipsa Natura præstat per particulas tanto minores.

175. Hæc de corporum naturalium coloribus; nunc ad ea, quæ ad naturam luminis pertinent, quam brevissime progrediemur. Eam in effluvio quodam tenuissimo sitam esse arbitramur, non in pressione simplici, quæ per fluidum aliquod continuis contextum globulis propagetur; nec in undis in elastico fluido excitatis. Nec nos quidquam movent recentissima summi Geometræ Euleri argumenta, quibus emanationis sententiam evertere, & argumentis contra undas respondere conatus est in sua *Nova lucis & colorum Theorie*, quibus omnibus evidentissimam esse responsum arbitramur. Pressionem illam simul ex quavis particula spatii in omnes plagas fieri non posse, censemus evidentissimum; nec vero ipsa pressio ad explicandas alias hæc tam miras, quas exposuimus, proprietates est apta, utcumque aptam esse quis arbitretur explicandæ rectilineæ propagationi ad distantias etiam tam immanes. Undæ autem, ubi ad obstaculum aliquod deventum est, inde circumquaque in orbem iterum propagantur. Id in aquæ undis ultra obstaculum per foramen propagatis quotidiana experientia docet: docet etiam in sono in cubiculum per fenestram admissio. Contendit Eulerus, non per fenestram, sed per parietes propagari sonum, ac affirmat illud: *Etiam si foramen obturetur, sonus nibilo minus ubique in conclavi fere æque fortis auditur*. Contrarium quotidie evidentissime experimur. Occlusa fenestra, vel porta, licet adhuc meatus aliqui supersint, ita
imminui-

imminuitur sonus, ut idcirco, dum in cubiculo colloquimur, si sonum in proximo conclavi evitare volumus, fores occludere soleamus. Evidentissimum est, maximam soni partem per fenestram, vel fores propagari ad angulos omnes. Per parietes vix quidquam ope aeris inclusi meatibus propagatur, & conclavi satis firmis obstaculis concluso, vix sentitur ullus. At enim, inquit, videretur nobis corpus fonans esse in ipso foramine, quod secus contingit. Respondemus, aliud esse directionem, aliud distantiam. De utraque in sono ob ipsam aurium structuram multo minus evidenter judicamus, quam in lumine. Adhuc tamen, quod ad directionem pertinet, affirmamus omnino judicari de sono, licet admodum confuse, secundum ipsam foraminis directionem. Experiri poterit, qui velit. Sæpe nobis accidit, fenestra, & porta patente, domestici campani æris sonum per viciniorem sentire secundum illam directionem; occlusa illa, statim sentire per aliam. De distantia autem judicamus potissimum ex vi soni, & undarum forma, quæ admodum diversa est, ubi immediate propagantur a corpore sonoro, ac ubi post ingens foramen. Undas, addit, si in gyrum propagarentur ab obstaculo, debere in gyrum & in libero aere propagari. At omissis mechanicis rationibus, ipsæ undæ in superficie aquæ oppositum docent. Pluribus lapillis in aquam decidentibus excitantur plures concentricorum circulorum series; nullus circulus alterum turbat in spatio libero, ubi vero ad obstaculum deventum est cum tenui foramine, unica ex omnibus nova series emergit foramen habens pro centro. Horum evidentem notitiam experiundo acquirere sibi poterit, quicumque velit.

176. Et hoc quidem argumentum petatum ab undarum circulari propagatione post foramen arbitramur validissimum. Proferri solet & aliud petatum a vacuitate necessaria ad hoc, ut ad-

imatur Planetis resistantia, quod Eulerus contra Newtonianos retorquet, qui omnia luce repleant eandem itidem resistantiam paritura. Illud argumentum contra Cartesianos potissimum profertur, & eos, qui omne vacuum etiam disseminatum excludunt. Tenuitas immensa luminis resistantiam excludit. Ad eam tenuitatem immanis vacui præponderantia requiritur, & materiæ paucitas multo major, quam in Planetis ipsis. Si autem quis hujusmodi tenue fluidum admittat cum tam immensa vacui copia, videbit, quo pacto sine ulla turbatione in iisdem undas possit admittere simul cum omnibus directionibus oppositis. Accedit, quod luminis celeritas est eadem prorsus in lumine solis, & Stellarum. Deberet ejus fluidi densitas, & elasticitas esse ubique in tanto distantiarum discrimine prorsus eadem. Deberet idem fluidum elasticum esse, atque expansionem quærere totum, quam deberet superficies aliqua impedire, qua mundus contineretur. Nobis sane ejusmodi sententia placebit nunquam.

177. Hæc adnotare libuit de iis, quæ pertinent ad Eulerianam undarum definitionem; illa autem, quæ is objicit emanationi substantiæ progredientis, responsionem habent evidentissimam. Objicit dissipationem solis, quæ ex tanta luminis emissionem consequeretur, quam videt evitari admissa tenuitate immani; at putat absurdam eam, in qua densitas luminis sit minor densitate materiæ solaris, quantum exprimit 1 cum 18 cyphris. At nobis non ea tantummodo non videtur absurda, & incredibilis, sed videtur omnino vera illa tanto major, quam Boscovichius determinavit in dissertatione Italico sermone conscripta de luminis tenuitate, & in prima parte Dissertationis de Lumine, quæ superat cyphras 73. Qui divisibilitatem in infinitum consideret, tenuitatem utcunque ingentem nequaquam mirabitur.

178. Addit, *nullo modo explicabile videri, quomodo duo pluresve radii tam incredibili celeritate sibi occurrentes se mutuo in motu non perturbent; ac cum ad diaphaneitatem meatus rectilinei requirantur, nullum inventuram locum materiam, ubi consistat . . . nam utcumque horum corporum materia disposita concipiatur, fieri omnino non poterit, ut secundum omnes prorsus directiones meatus existere, ac patere queant.* At in Boscovichiano systemate de corporum compositione, quod heri protulimus, & propugnavimus, ejusmodi difficultates penitus evanescunt.

179. Omnia nimirum corpora constare arbitramur punctis prorsus indivisibilibus, & inextensis, a se invicem aliquo intervallo disjunctis, quæ vires quasdam habeant mutuas aliis distantis alias, & alibi attractivas, alibi repulsivas, juxta simplicem & constantem legem ibi expositam, quæ inter se validissime etiam cohæreant, cum sint in certis limitibus attractionum, & repulsionum. Ibidem autem ostendimus, quod in secunda parte suæ Dissertationis de lumine ostenderat Boscovichius, quo pacto per ejusmodi virium legem & fermentatio habeatur validissima, sine dissolutione massæ, & emissio luminis cum immani velocitate, in omnibus punctis fere æquali. Pergunt ea puncta omnia lumen constituentia moveri ad sensum æquabiliter vi inertiae (ut jam de ipsis causis agamus proprietatum luminis) nec unquam iter detorquent, nisi ab aliis materiæ punctis ad corpora pertinentibus in unam plagam agantur magis, quam in aliam. Porro nullum ejusmodi punctum incurret unquam in aliud punctum sive luminis, sive alterius corporis, quod sic evincitur. E quovis puncto possunt exire infinitæ numero lineæ in quovis plano, & in spatio circa hoc punctum contento infinita numero sunt plana, ac proinde infinitus secundi ordinis est numerus rectarum e dato puncto prodeuntium. Numerus autem punctorum materiæ in hoc systema-

te est finitus, adeoque numerus finitus earum rectarum transit per loca ab illis materiæ punctis occupata quovis momento temporis. Quare pro quovis determinato momento temporis, & pro quovis puncto luminis est infinita secundi ordinis improbabilitas in eo, quod illud punctum luminis percurrat rectam illo momento temporis incurrentem in aliquod punctum materiæ. Hæc improbabilitas pro omnibus punctis luminis, quæ numero finita sunt, dato tempore emissis minuitur in eadem ratione, in qua augetur punctorum numerus, adeoque remanet infinita ordinis secundi; pro omnibus vero momentis temporis finiti cujusvis minuitur in ratione, in qua augetur eorum numerus, quæ cum sint numero infinito primi ordinis, remanet adhuc improbabilitas infinita ordinis primi. Certum igitur debet esse, nullum luminis, nec materiæ cujusvis punctum per quodcunque finitum tempus ulli puncto materiæ occursurum in motu suo, unde heri impenetrabilitatis rationem protulimus diversam etiam ab ea, quam vires repulsivæ gignunt. Eodem autem argumento evincitur, *non solum fieri posse, ut secundum omnes directiones meatus existant*, sed facile conficitur illud certum esse, nusquam tria materiæ puncta jacere prorsus in directum, & in quamvis plagam infinitas numero directiones haberi sine ullo impactu, ac perturbatione mutua luminis.

180. Ea de causa omnia corpora, ut heri exposuimus, per omnia corpora transire deberent sine ullo punctorum occursumutuo. Liberum transitum solæ vires repulsivæ, vel attractivæ impediunt, quæ admodum validæ extenduntur ad distantias distantis punctorum majores, & eæ ceterorum corporum regressum per nos inducunt etiam sine contactu immediato. Earum effectus aucta celeritate, & tenuitate minuitur plurimum, & in lumine ipsis ejusmodi actionibus consideratis, omnes ipsius luminis proprietates sponte pro-

veniunt. Ejusmodi actiones in lumen agere in aliqua etiam distantia, satis evincunt illæ luminis inflexiones, vel diffractiones, quas Grimaldus noster detexit, & quæ sunt quædam velut inchoata reflexio, & refraction. Radius enim luminis in transitu suo prope corporum opacorum acies in quadam ab ipsis aciebus distantia intorquetur, partim introrsum, partim extrorsum, quarum diffractionum phænomena plura recenset Newtonus Optices libro tertio, & quarum rationem pariter reddi posse arbitramur ex iisdem principiis vicium facilioris reflexionis, & facilioris transmissus, ut nimirum in ipso illo transitu prope acies, luminis particulæ vel introrsum, vel extrorsum deflectantur, prout fuerint in vicibus facilioris transmissus, vel facilioris reflexionis.

181. Et quidem illud omnino arbitramur, luminis reflexionem, & refractionem ab impactu immediato in corpora reflectentia, & refringentia repeti omnino non posse, quod de reflexione potissimum admodum manifesto evincitur ex iis omnibus argumentis, quæ Newtonus collegit prop. 8 partis 3 lib 2, & ex eo in primis, quod superficies licet politissimæ, adhuc tamen admodum scabræ sunt respectu tenuissimarum particularum luminis, quæ idcirco irregulariter reflecterentur in omnem plagam. Per vires autem in aliqua distantia agentes omnia conficiuntur mirum in modum.

182. Concipiatur enim (*in Fig. 16*) circa punctum luminis sphaera $P I E K F$ habens pro semidiametro eam distantiam, ad quam vires corporum sensibiles extenduntur. Donec tota ea sphaera est in medio homogeneo, vires circumquaque æquales se mutuo elidunt, & puncta luminis nullo aliorum punctorum occursum, nulla virium inæqualitate impedita recta pergunt. Ubi deventum est ad superficiem bina media heterogenea dirimentem, ut $A B$, ultra quam jaceat segmentum sphaeræ $C K D$, si concipia-

tur axis sphaerae ipsi superficiei perpendicularis KI , & per centrum P planum ipsi parallelum, ac in distantia aequali a centro planum GH , itidem aequidistans, segmentorum $GEFH$, $ECD F$ homogeneorum, & aequalium actiones se mutuo elident: segmentorum CKD , GIH heterogeneorum inaequales erunt. Earum actionum differentia dirigetur perpendiculariter ad ipsam superficiem, resoluta radii velocitate in duas, alteram parallelam superficiei, alteram ipsi perpendicularem: illa his viribus nihil turbabitur, haec vel minuetur, vel augebitur; tres autem erunt casus: vel enim ita minuetur, ut extinguatur, vel ut aliqua remaneat, vel augebitur. In primo casu habebitur reflexio, in secundo habebitur refractione cum recessu a perpendiculari, in tertio refractione cum accessu. Ac in primo casu servabitur angulorum incidentiae, & reflexionis aequalitas; in secundo, ac tertio constans sinuum ratio.

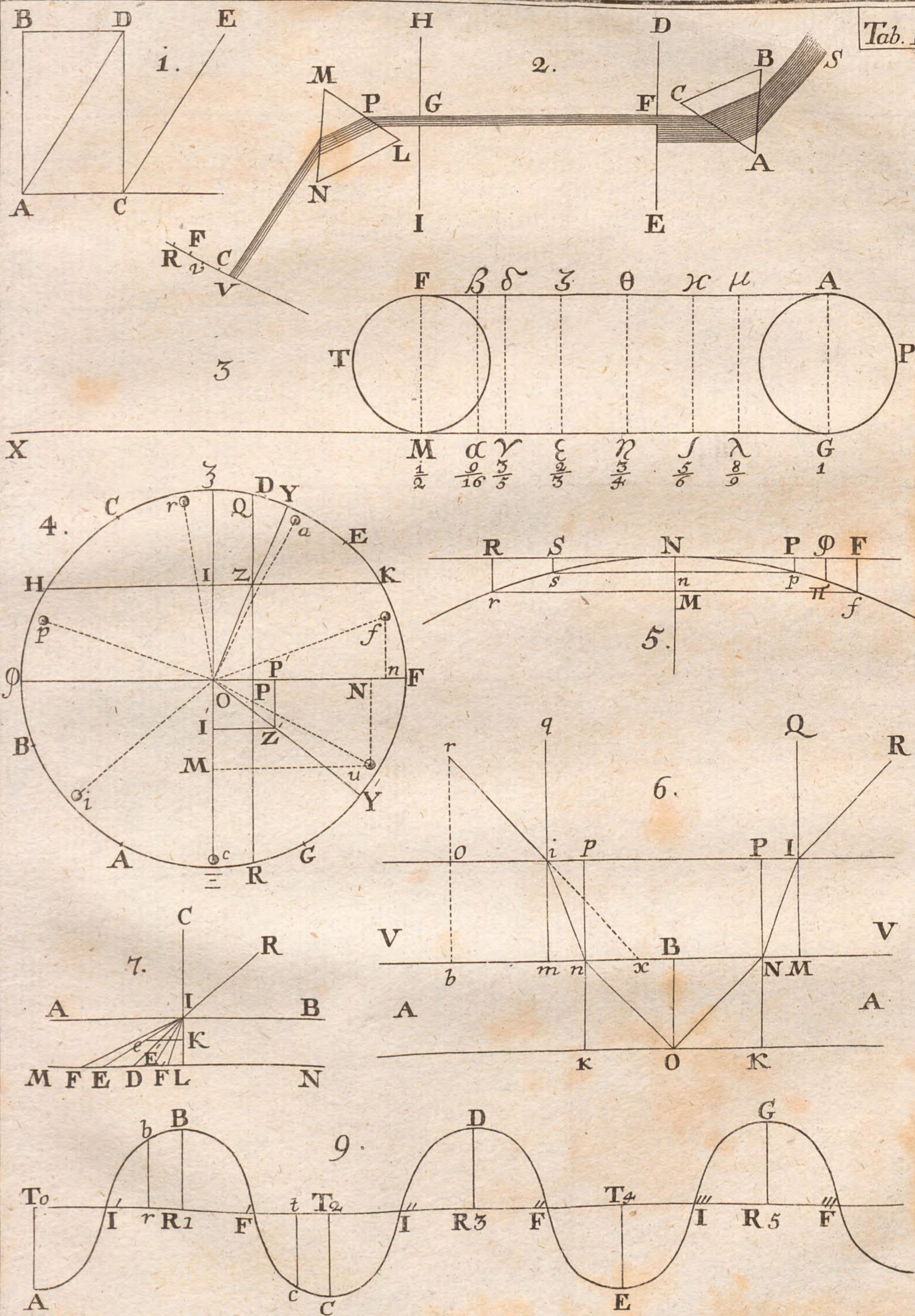
183. In primo casu patet, describi debere in eo spatio, in quo agit differentia virium, curvam MPN , quae ad partes N sit prorsus similis parti M ; nam vires, quae velocitatem perpendicularem extinxerant, eam statim per eosdem gradus redent, adeoque recessus accessui similis erit, & inclinatio curvae ad superficiem ex utraque parte, ac angulus utriusque rectae, in quam ea definit, utrinque idem nec asperitas aliqua superficiei CD obstabit quidquam, si exigua sit respectu totius massae CKD , quae tota agit, ut in nuperrima Dissertatione de continuitatis lege Boscovichius luculenter exposuit. In reliquis binis haberi constantem sinuum rationem, facile deducitur ex eo principio, quod in hesternae etiam Synopsi Physicae Generalis protulimus, scilicet virium ductarum in spatium respondere quadratis velocitatibus, quae iisdem in eodem spatio viribus aequae augebuntur, vel minuentur. Sit enim (*in Fig. 14*) VX superficies me-

dia dirimens, AB , CD binæ superficies ipsi parallelæ hinc, & inde in distantia semidiametri illius sphaeræ. Adveniat radius luminis ad primam per rectam FH , ibi incurvabitur usque ad secundam per HIb , tum prodibit per rectam hf , quam describet eodem tempore, quo FH . Spatia FG , gf descripta velocitatibus parallelis manebunt æqualia, & eorum quadrata eadem. Spatia velocitatibus perpendicularibus percursa erunt inæqualia, sed ita, ut differentia quadratorum sit eadem in quavis inclinatione radii incidentis FH . Igitur & quadratorum FH , fb differentia constans erit, adeoque semper eadem in novo medio velocitas in quavis inclinatione incidentiæ, quæ erit ad priorem velocitatem in ratione constanti rectæ fh ad FH , in qua ipsa ratione inversa erit itidem sinus anguli refracti gbf ad sinum incidentiæ GHF . Si enim versus h assumatur go æqualis GH , & ducatur fo , patet, fore æqualia triangula fgo , FGH , & angulum in o angulo in H , cujus anguli sinus ad sinum anguli ohf erit, ut latus hf ad fo five ad HF .

184. Hæc multo uberius exposita videre est in Boscovichiana dissertatione de lumine, par. 2, ubi & vicium rationem reddit per expansiones, & contractiones quasdam particularum luminis mutantium figuram per vices, ac usum causarum finalium in Physica rejicit. Ex iisdem autem, quæ exposuimus, manifesta fiet etiam decima propositio partis 3 lib. 2 Newtoni, ubi corporum vires refractivas metitur, quas invenit densitatibus proportionales ubique præter corpora sulphurea, & unctuosa, ut vocat, quæ majore vi agunt, quam pro quantitate materiæ suæ. Nec vero difficile est illa etiam percipere, quæ in quæstione 17 Opticæ idem addit de causa miræ duplicis refractionis crysalli Islandicæ per plura latera heterogenea particularum luminis, quæ nos omnia omittimus, producta jam nimium Differ-

tatione. Arbitramur autem, partim in binis illis **Boschovichii** Dissertationibus de **Lumine** (de quibus toties injecta est mentio), partim in hac contineri, quidquid quispiam in communi Optica, & Geometria versatus desiderare possit ad absolutum etiam perpetuum ipsius Opticæ Commentarium, quo ea plurimum fane indiget, adornandum.







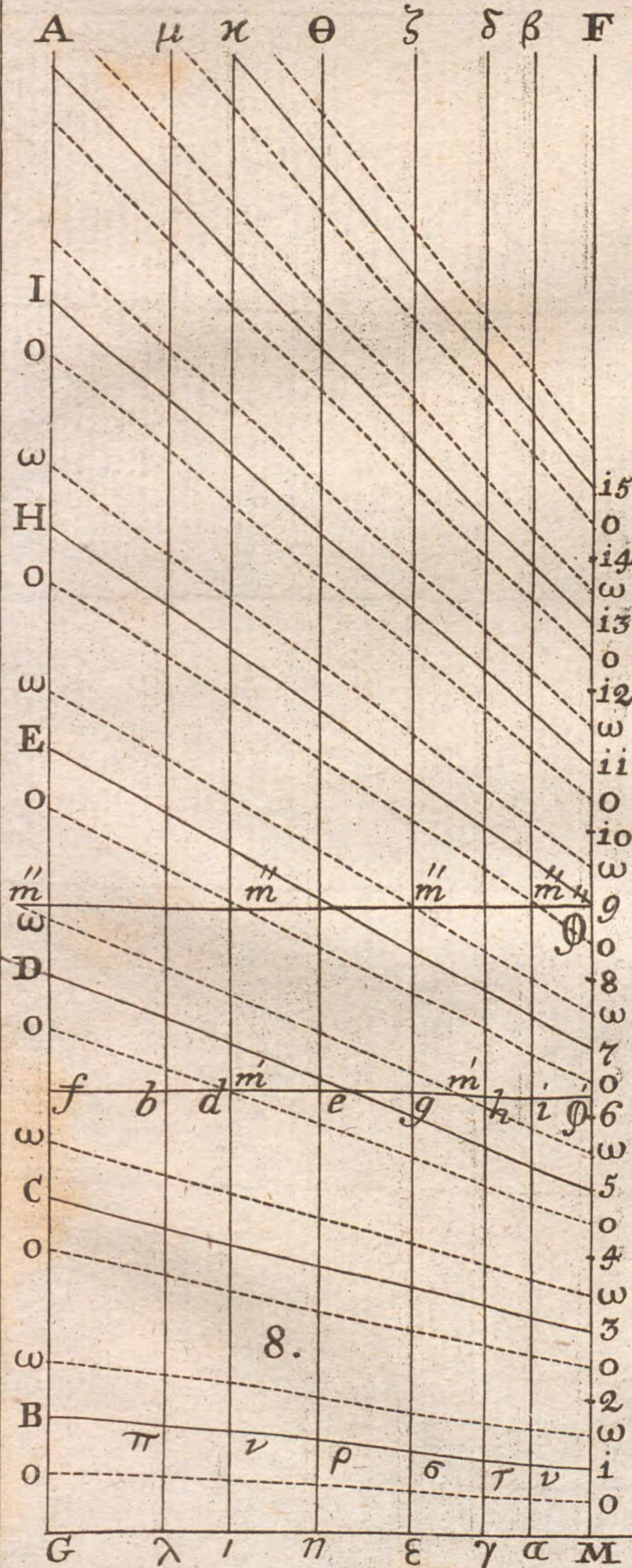
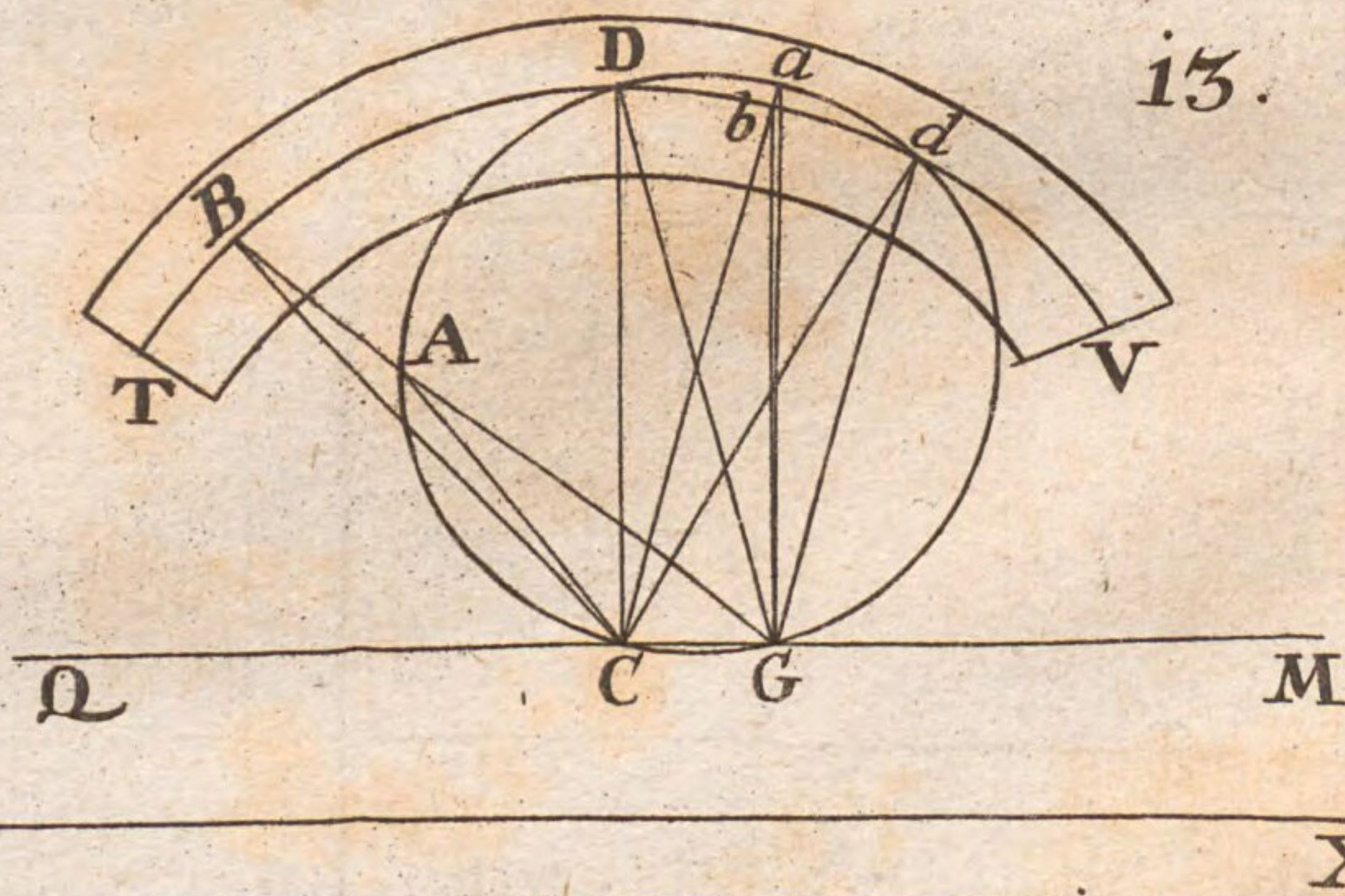
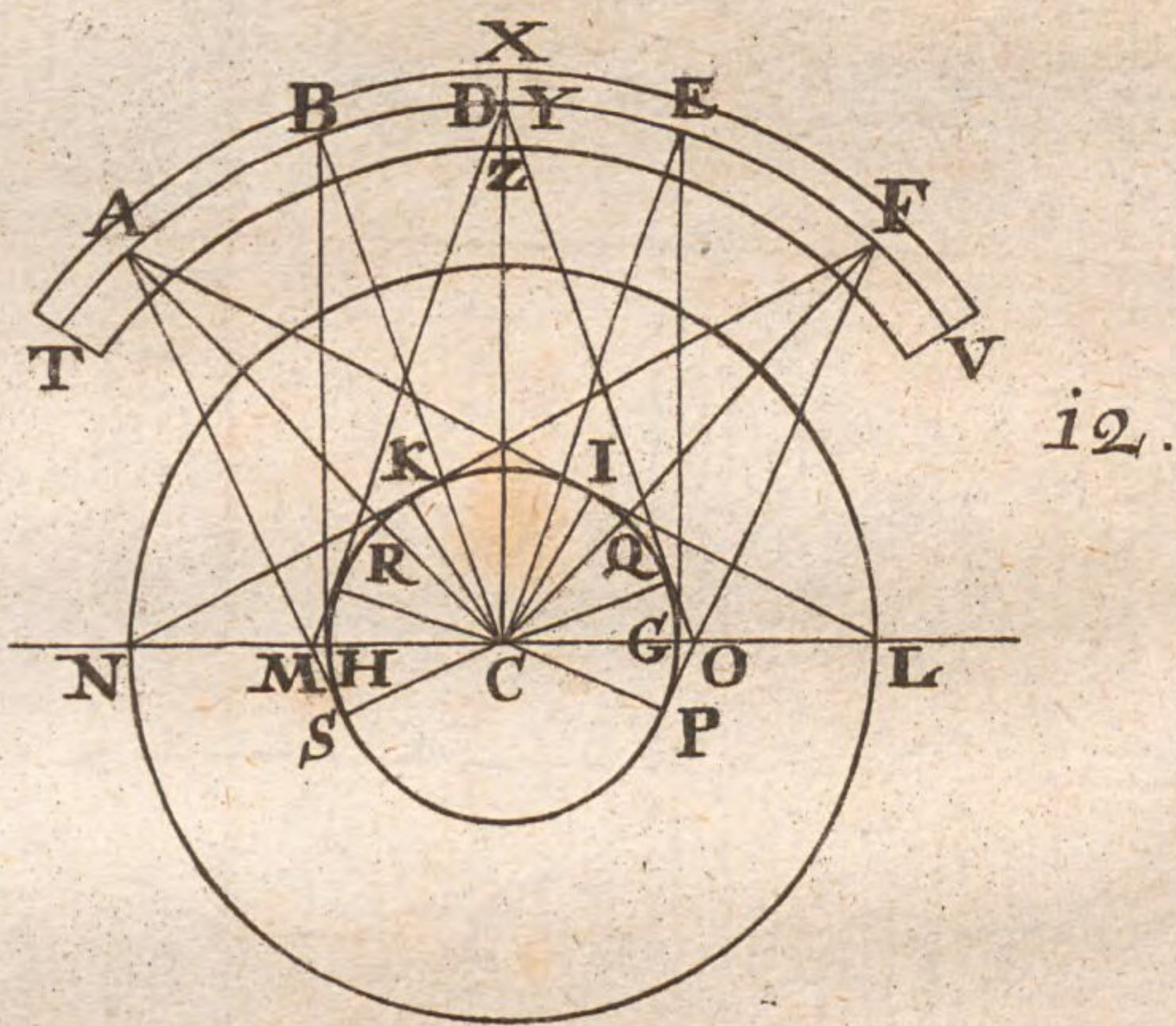
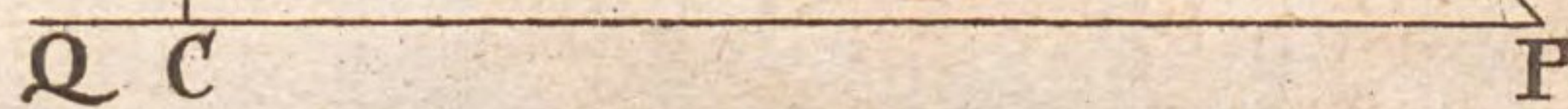
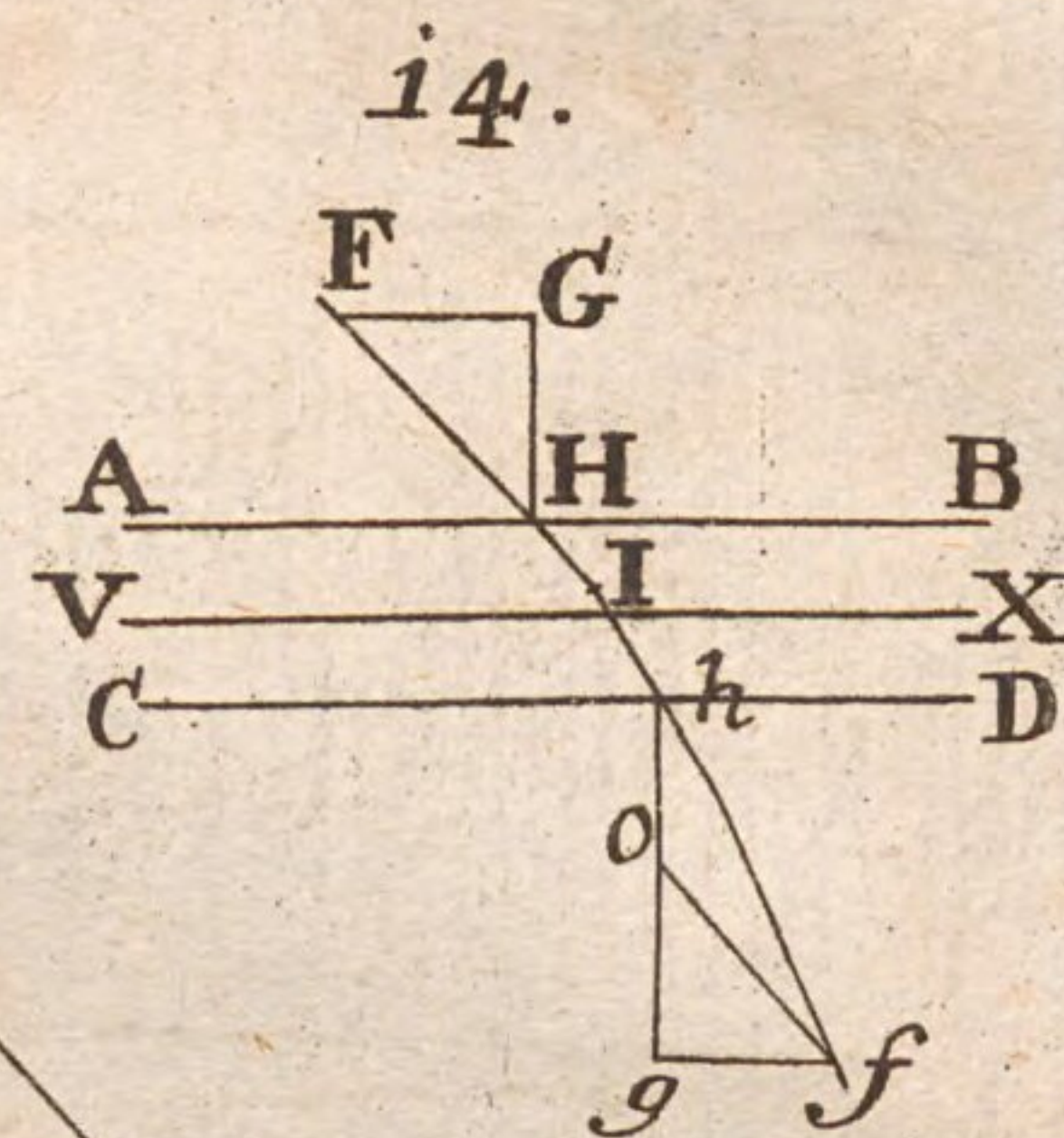
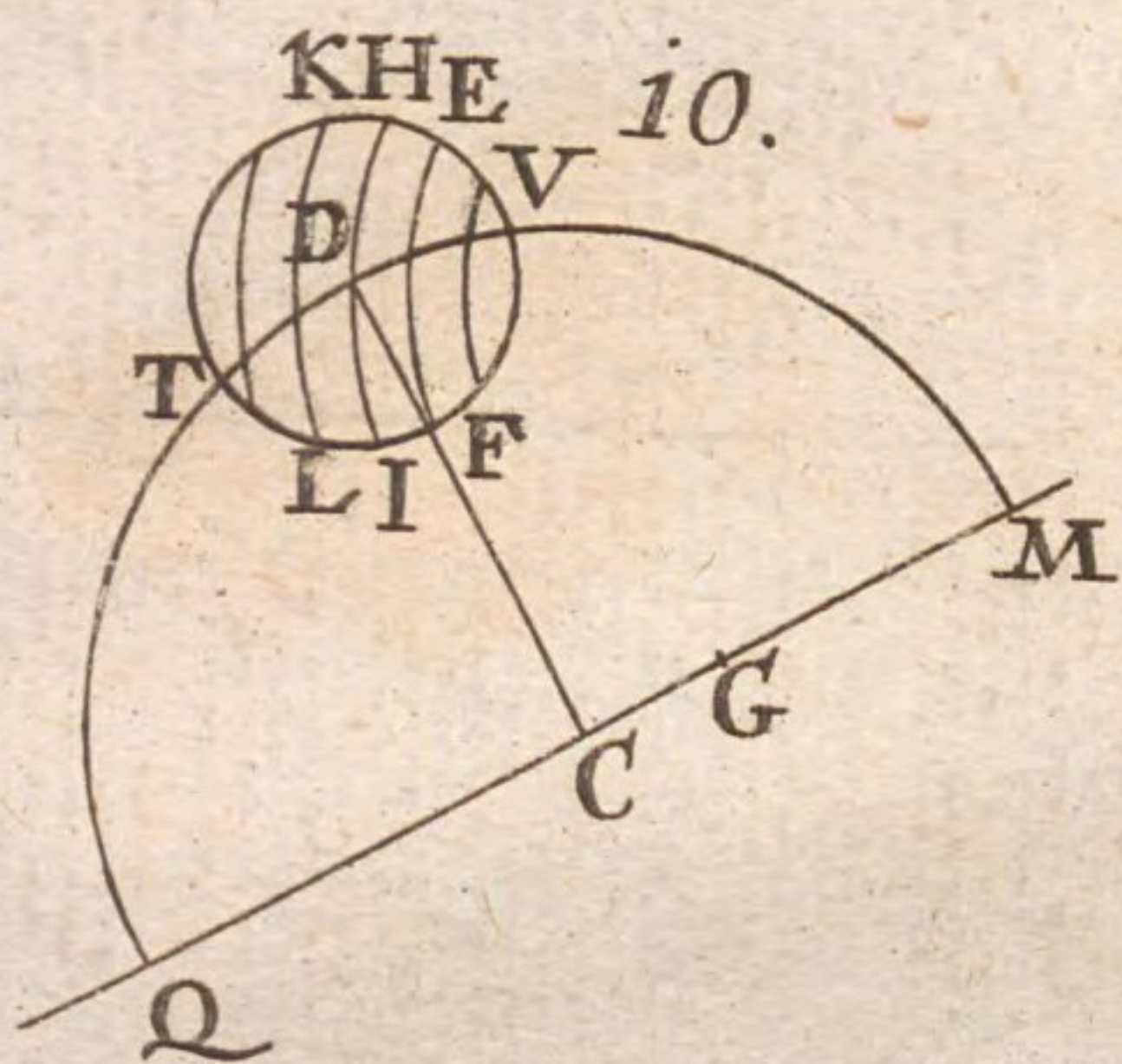
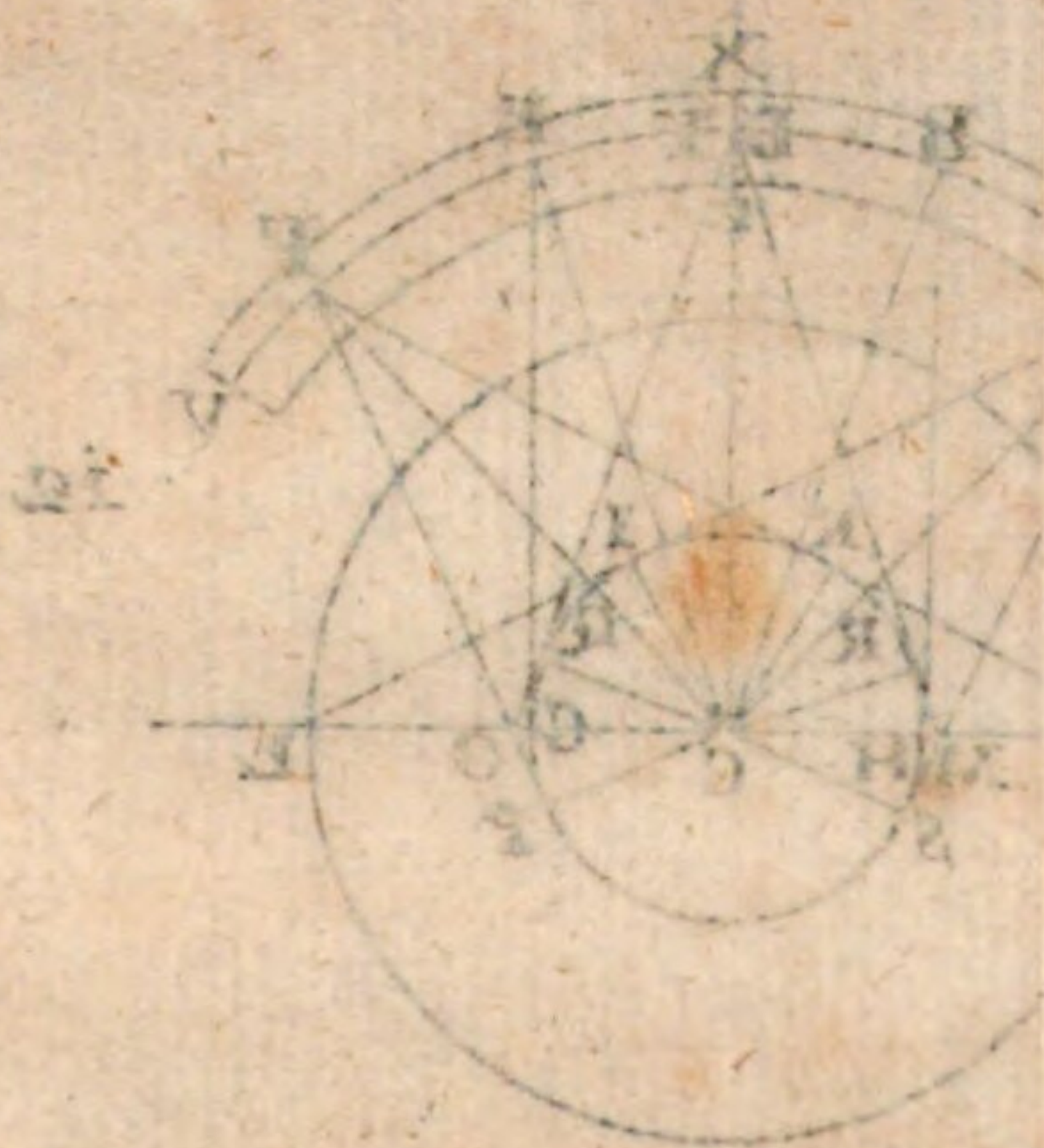
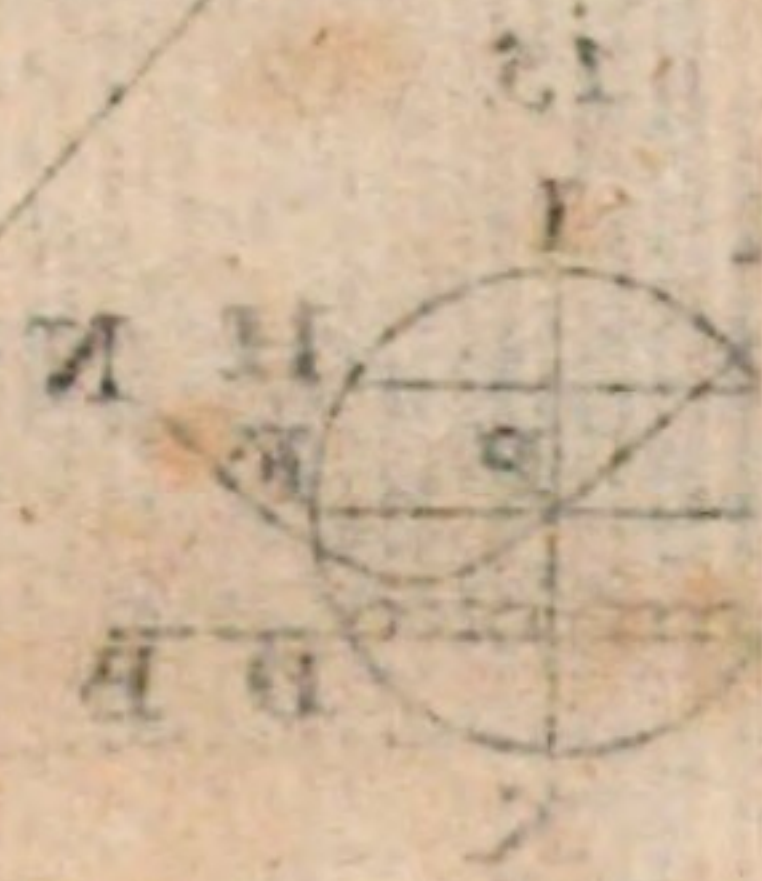
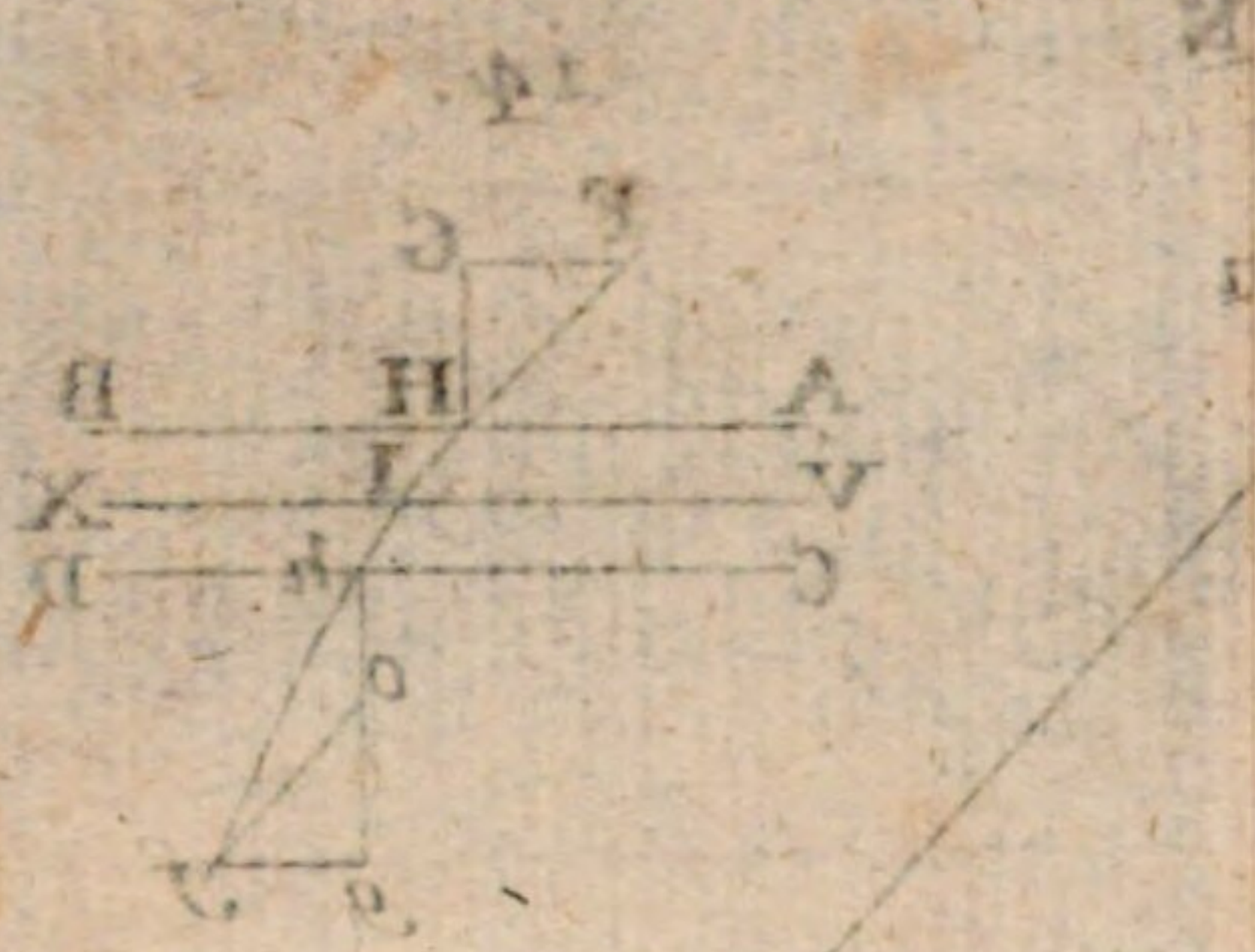


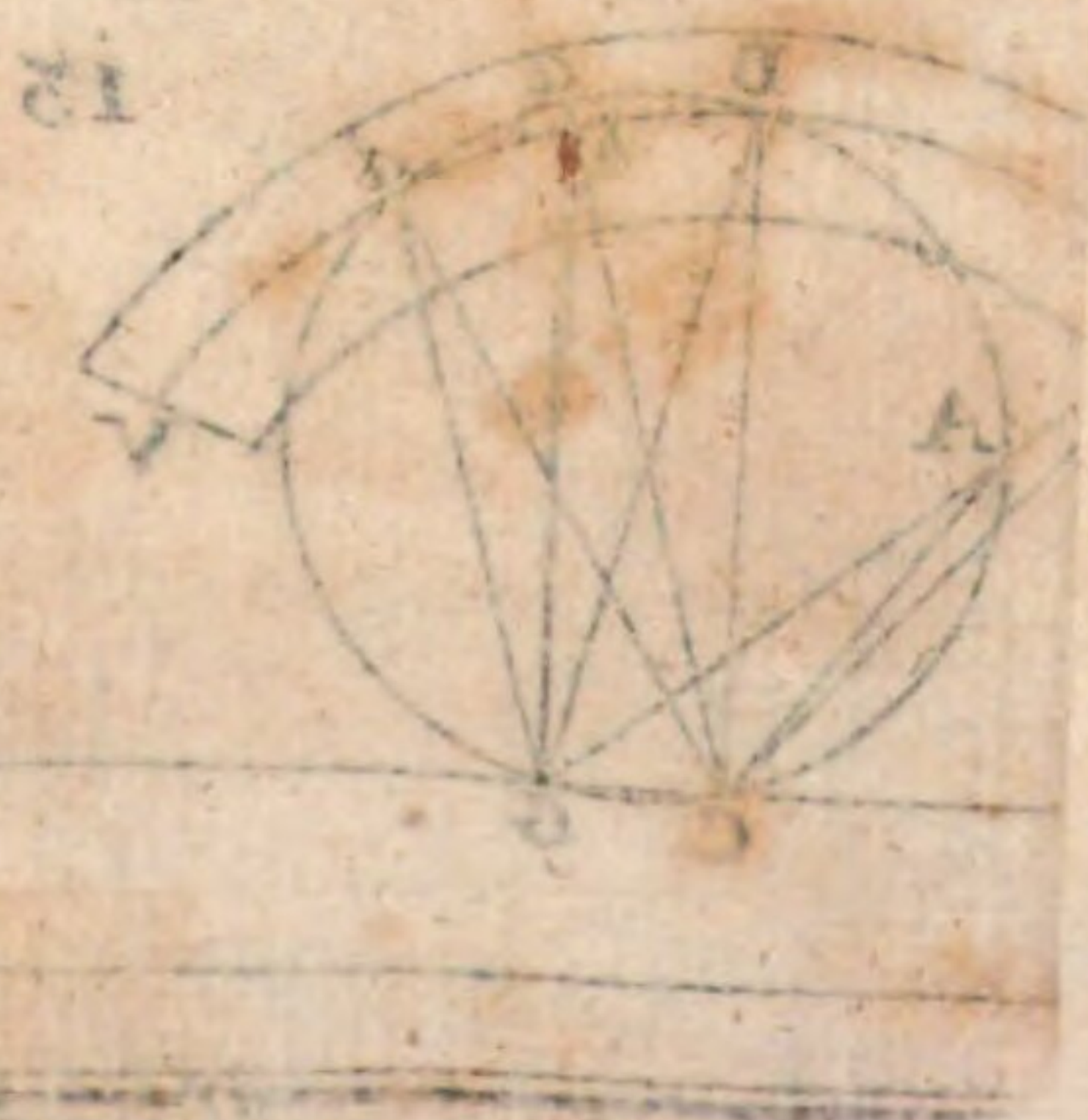
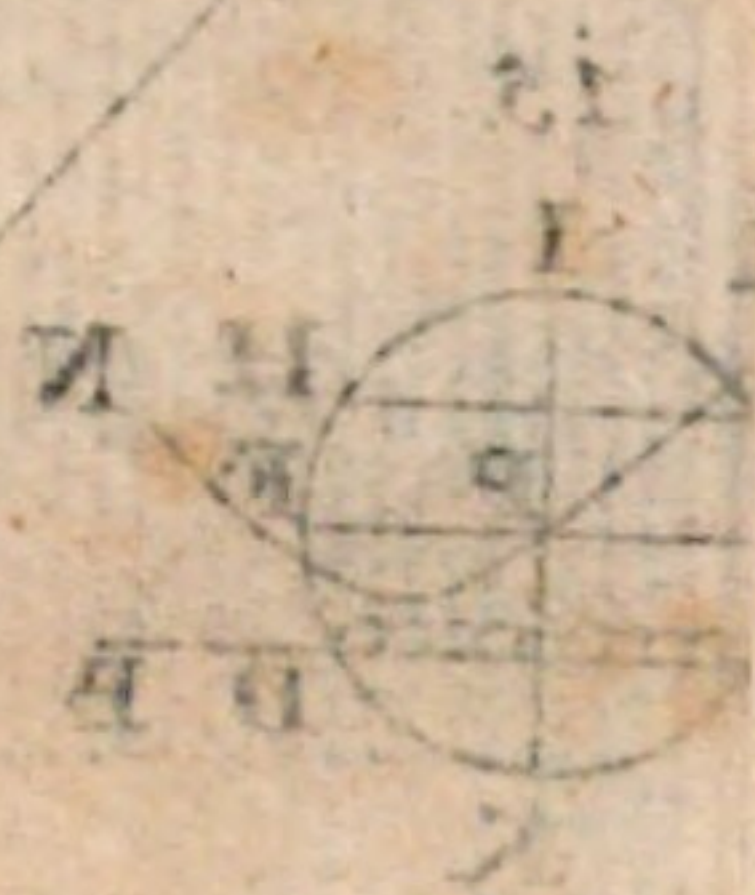
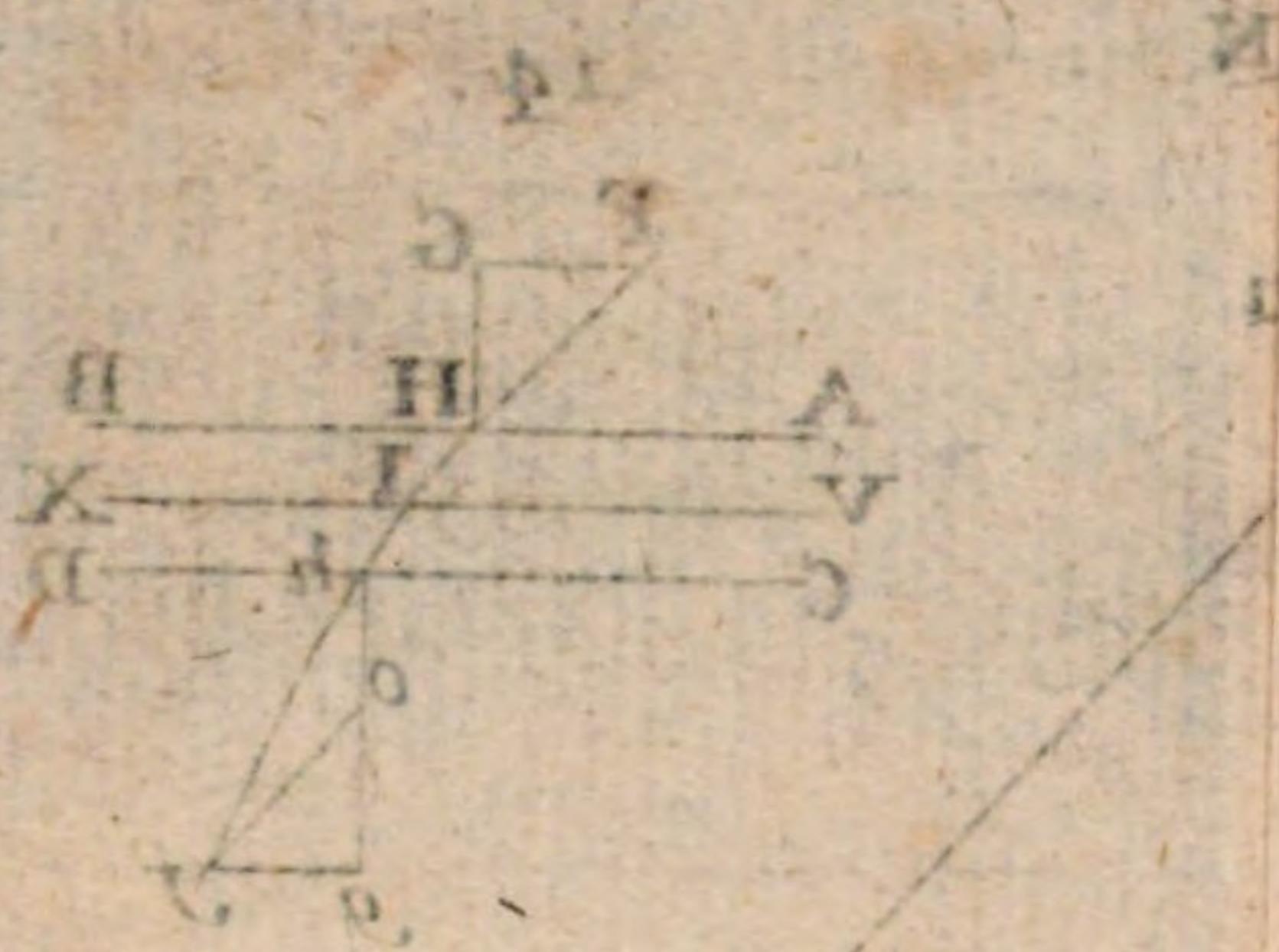
Fig. 11.



X

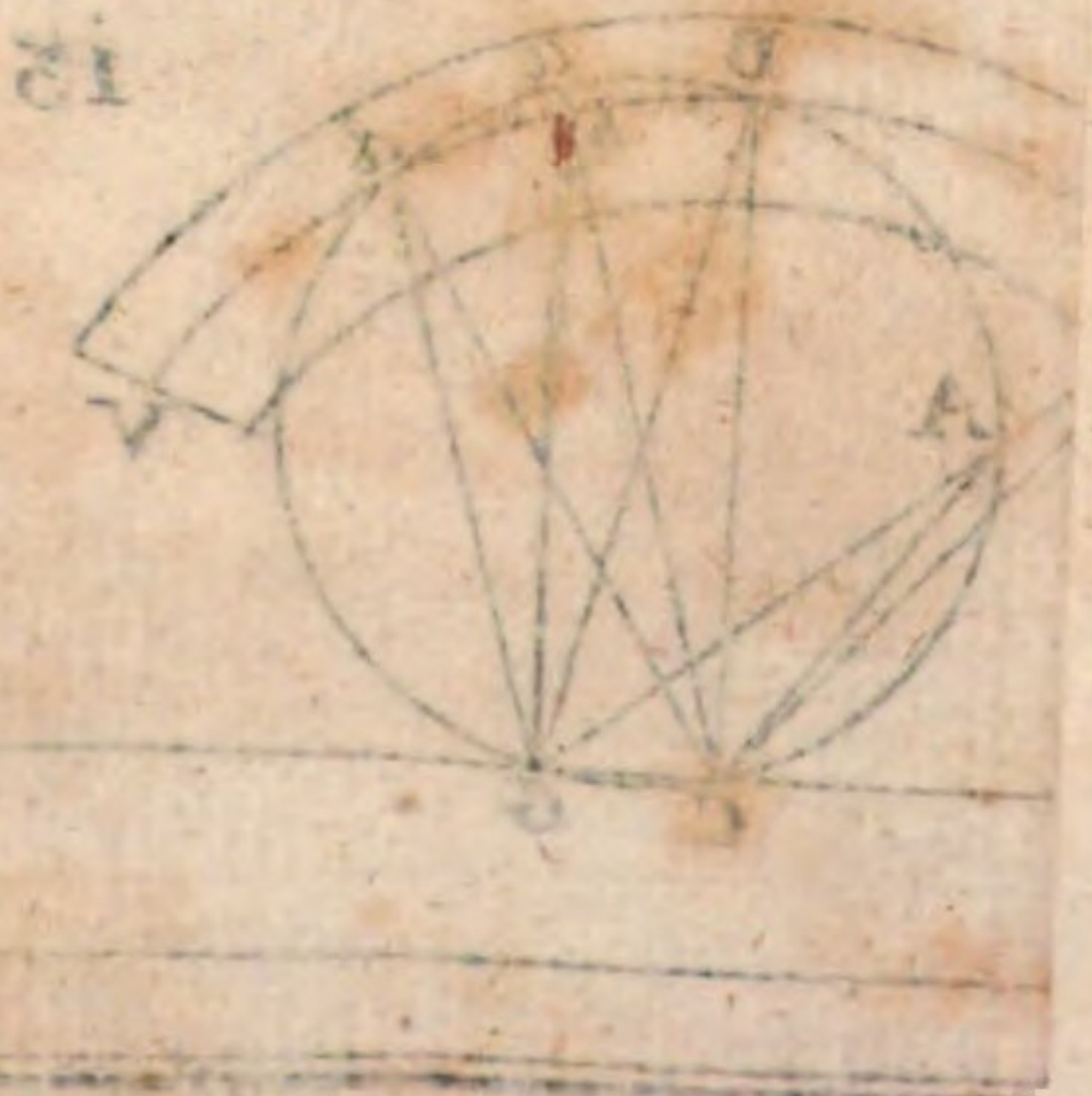
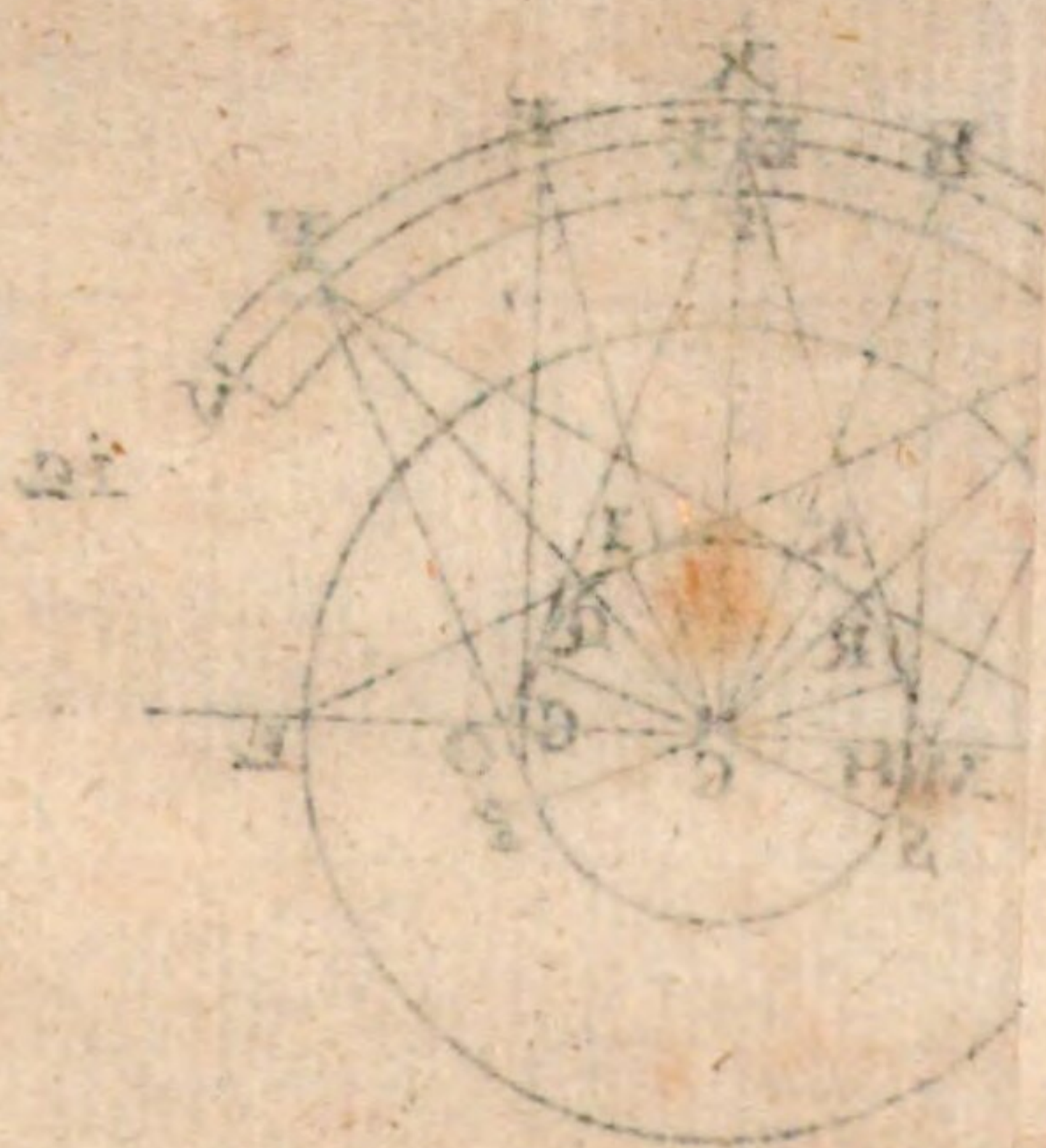
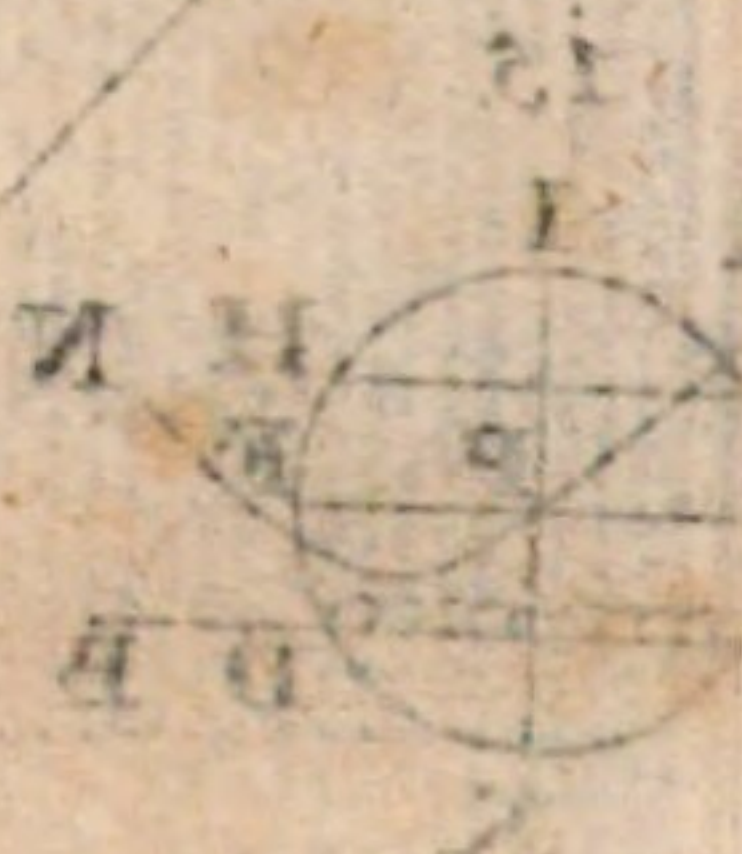
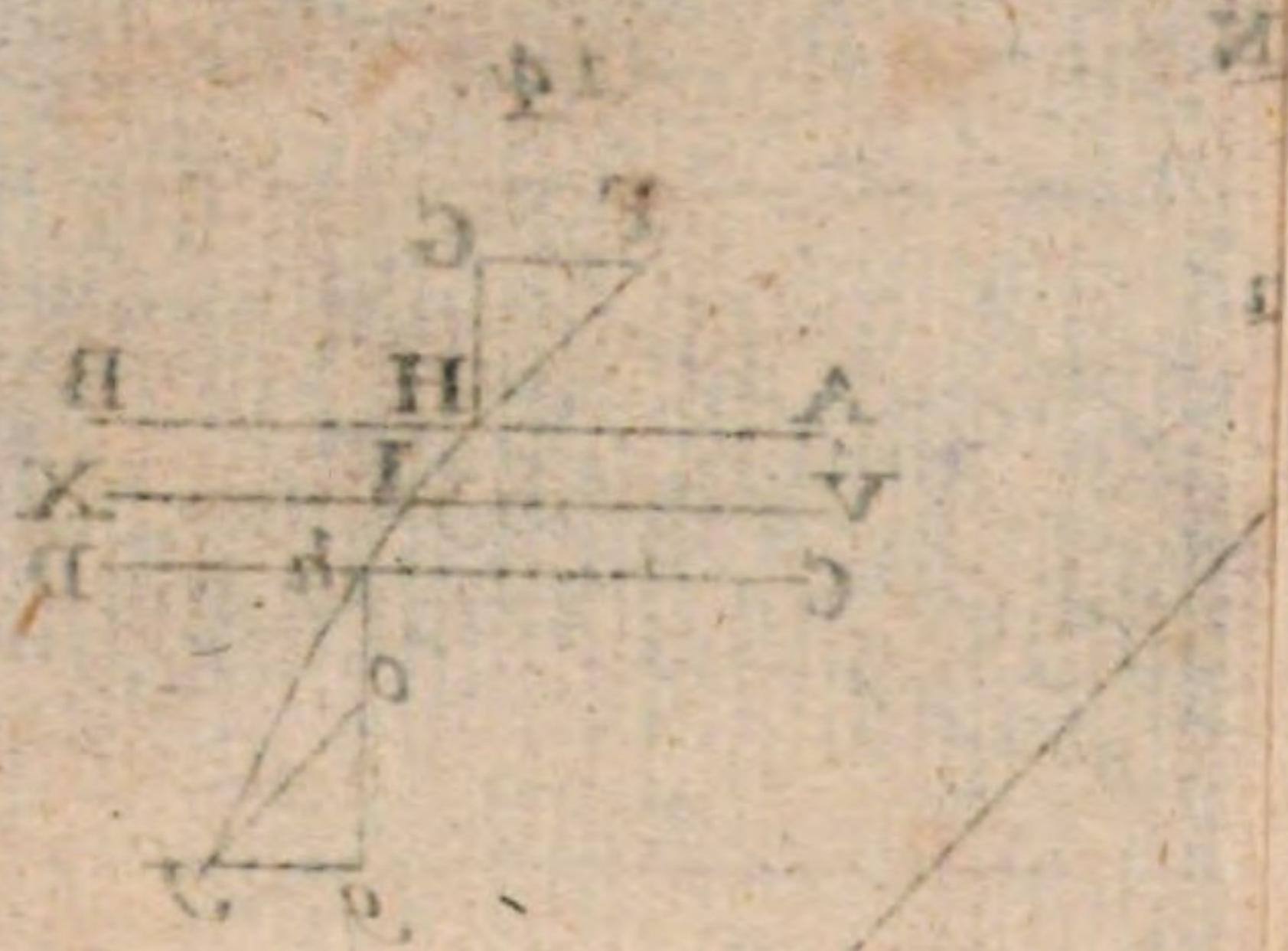


A. 10E



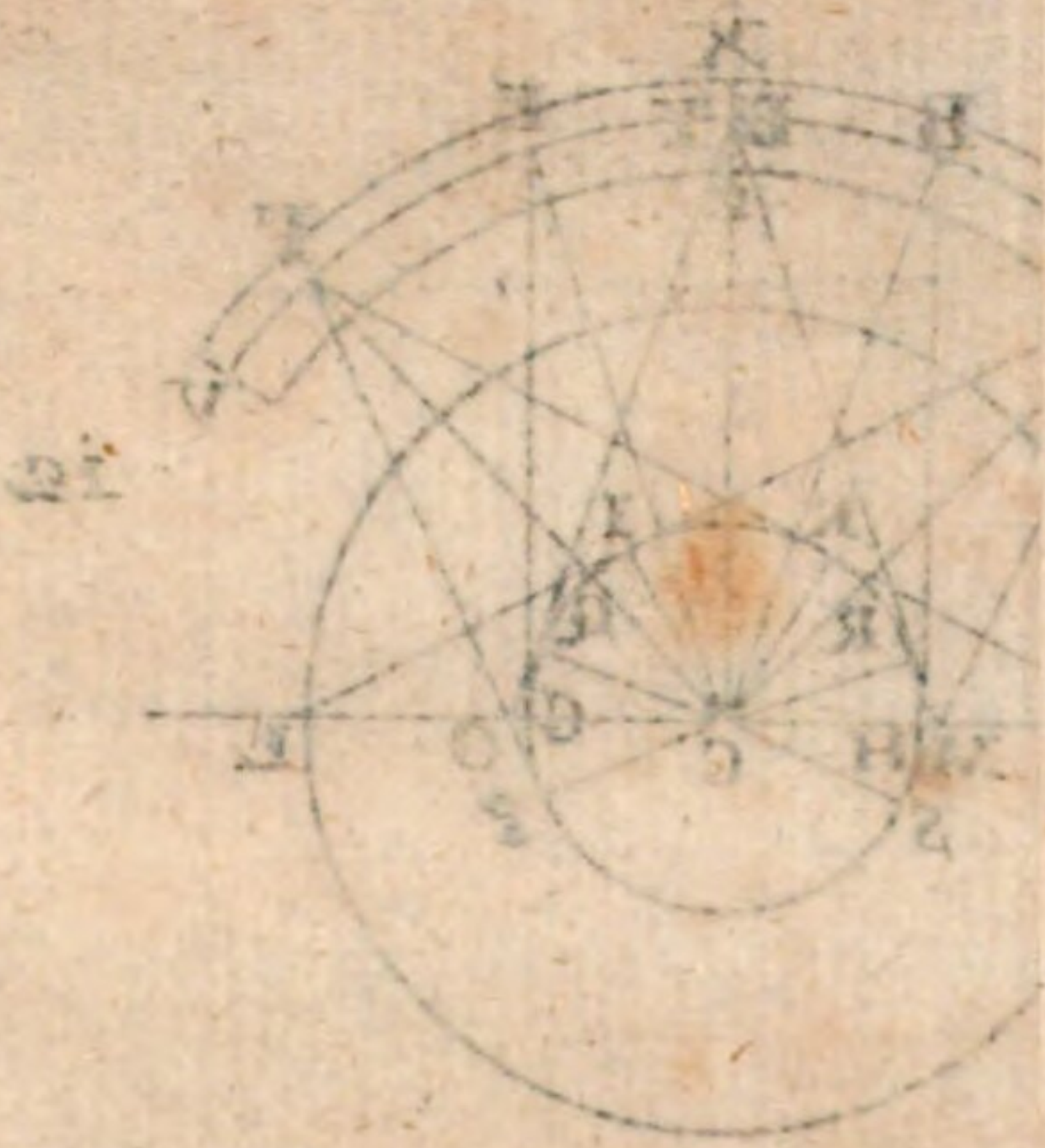
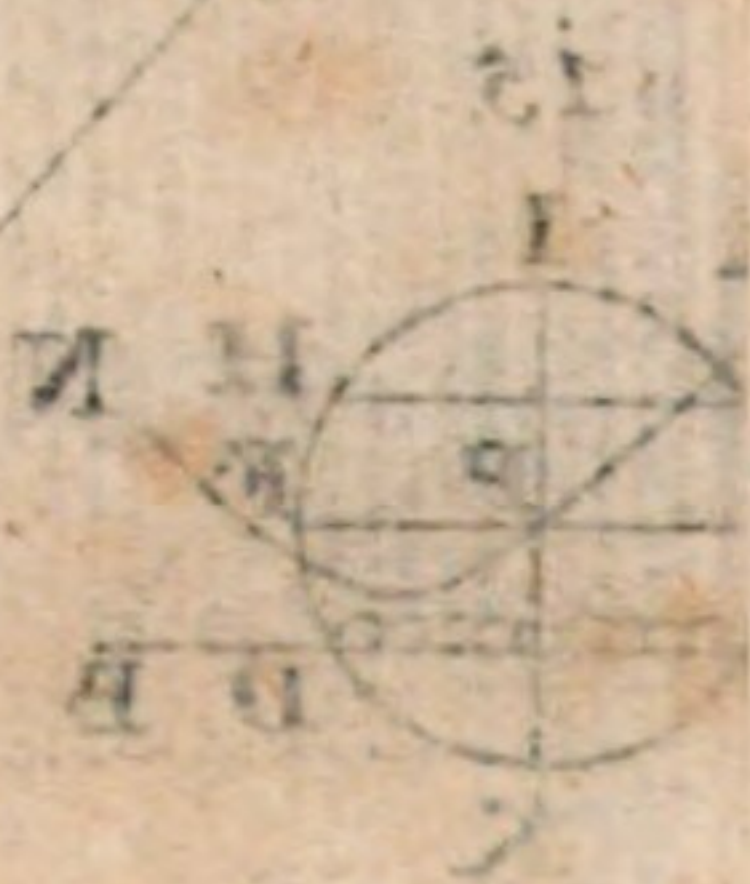
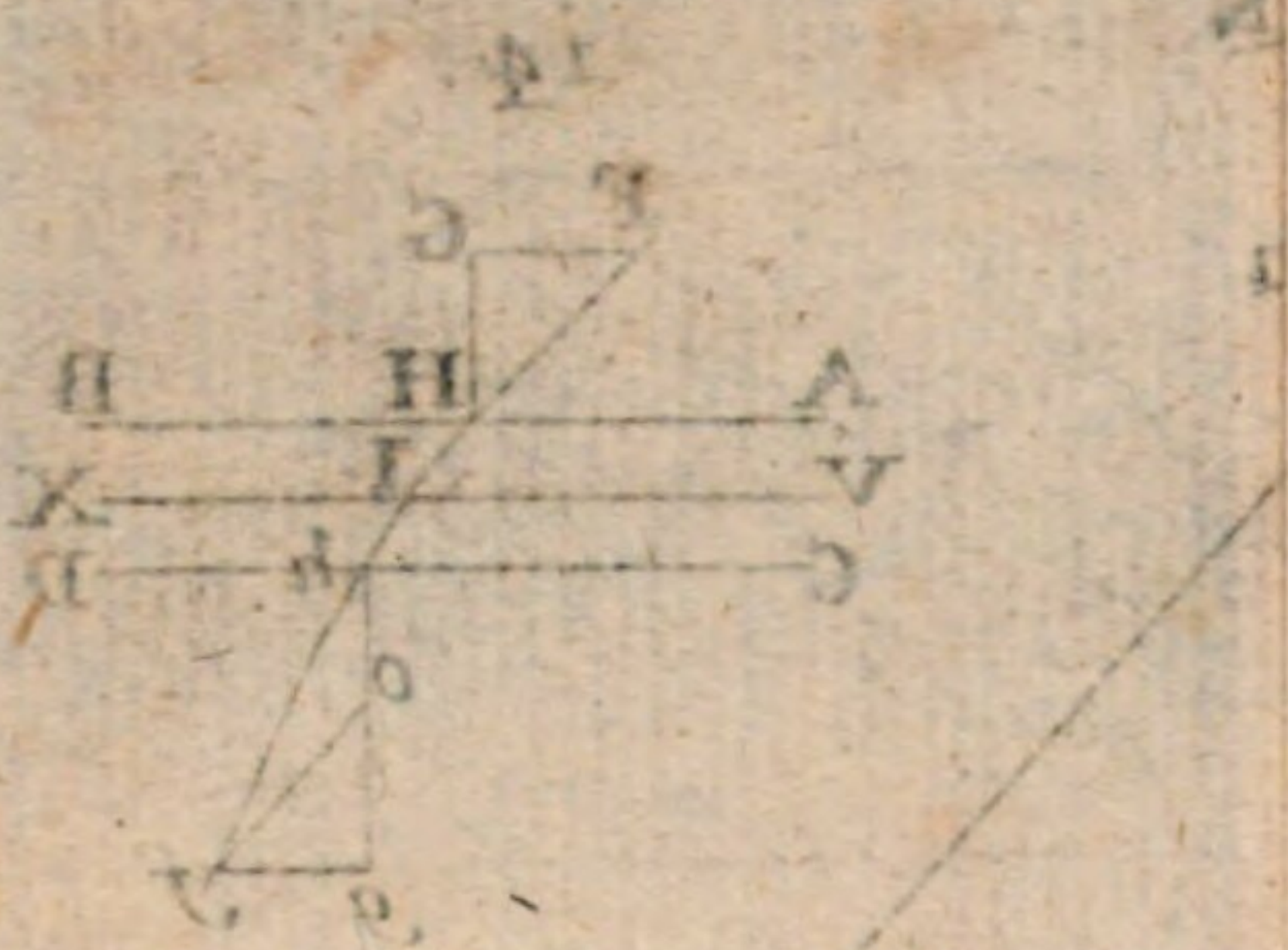


Tab. II.



X

Fig. 11.



X

Benvenuti, Carlo,

Caroli Benvenuti Diss. phys. de lumine

Vindobona 1766

4 Diss. 2809#Beibd.3

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10952190-4

VD18 14837781-001